

BPTモデルのベイズ推定

～ 様々な事前分布の設計 ～

TERADA, Yoshikazu / 寺田 吉壺

大阪大学 大学院基礎工学研究科
システム創成専攻 数理科学領域

様々なパラメトリゼーション

▶ 平均と変動係数

$$f(t \mid \mu, \alpha) = \sqrt{\frac{\mu}{2\pi\alpha^2 t^3}} \exp \left\{ -\frac{(t - \mu)^2}{2\alpha^2 \mu t} \right\}$$

▶ Ogata (2002, JGR) におけるSSD-BPTモデル

$$f(x \mid \xi, \nu, \sigma) = \sqrt{\frac{\xi/\nu}{2\pi(\sigma/\sqrt{\nu\xi})^2 x^3}} \exp \left\{ -\frac{(x - \xi/\nu)^2}{2(\sigma/\sqrt{\nu\xi})^2 (\xi/\nu)x} \right\}$$

ここで, ξ は隆起量なので, 1とすればBPTモデルと等価.

▶ つまり, BPTモデルでは, 以下の関係がある.

$$\mu = \frac{1}{\nu}, \quad \alpha^2 = \frac{\sigma^2}{\nu} \quad (\beta = \mu, \gamma = \sigma)$$

BPTモデルのベイズ推定

▶ Ogata (2002) の方法

- 📌 各パラメータ (ν, σ) の事前分布として, 独立な指数分布を仮定
- 📌 パイパーパラメータは, 周辺尤度最大化で決定

▶ 無情報事前分布 (Jeffreys prior)を用いた場合*

- 📌 平均と変動係数の場合, Jeffreys priorを導出可能 (improper)
(e.g., Chaubey et al. (2021))

▶ 不確実性を考慮したSSD-BPTと同じ設定 (参考)

- 📌 β の事前分布 = 正規分布 $N(\mu_\beta, \sigma_\beta^2)$ (μ_β は周辺尤度最大化.)
- 📌 $\alpha^2 = \beta\gamma^2$ のため, 完全に公平な比較にはならない

解析に用いる発生間隔データ

- ▶ Ogata (2002)では, 684年の白鳳(天武)地震から, 1233年の地震もカウントしたデータを用いている.
- ▶ **ここでは, 「南海トラフの地震活動の長期評価（第二版）について（平成25年5月24日）」に従い, ケースIIIのデータを用いる.**

年	地震名	I	II	III	IV	V
684. 9	白鳳（天武）地震	○	○			
887. 7	仁和地震	○	○			
1098. 1	康和・永長地震	○	○			
1361. 6	正平（康安）地震	○	○	○	○	
1498. 7	明応地震	○	○	○	○	
1605. 1	慶長地震	○		○		
1707. 8	宝永地震	○	○	○	○	○
1855. 0	安政地震	○	○	○	○	○
1946. 0	昭和地震	○	○	○	○	○

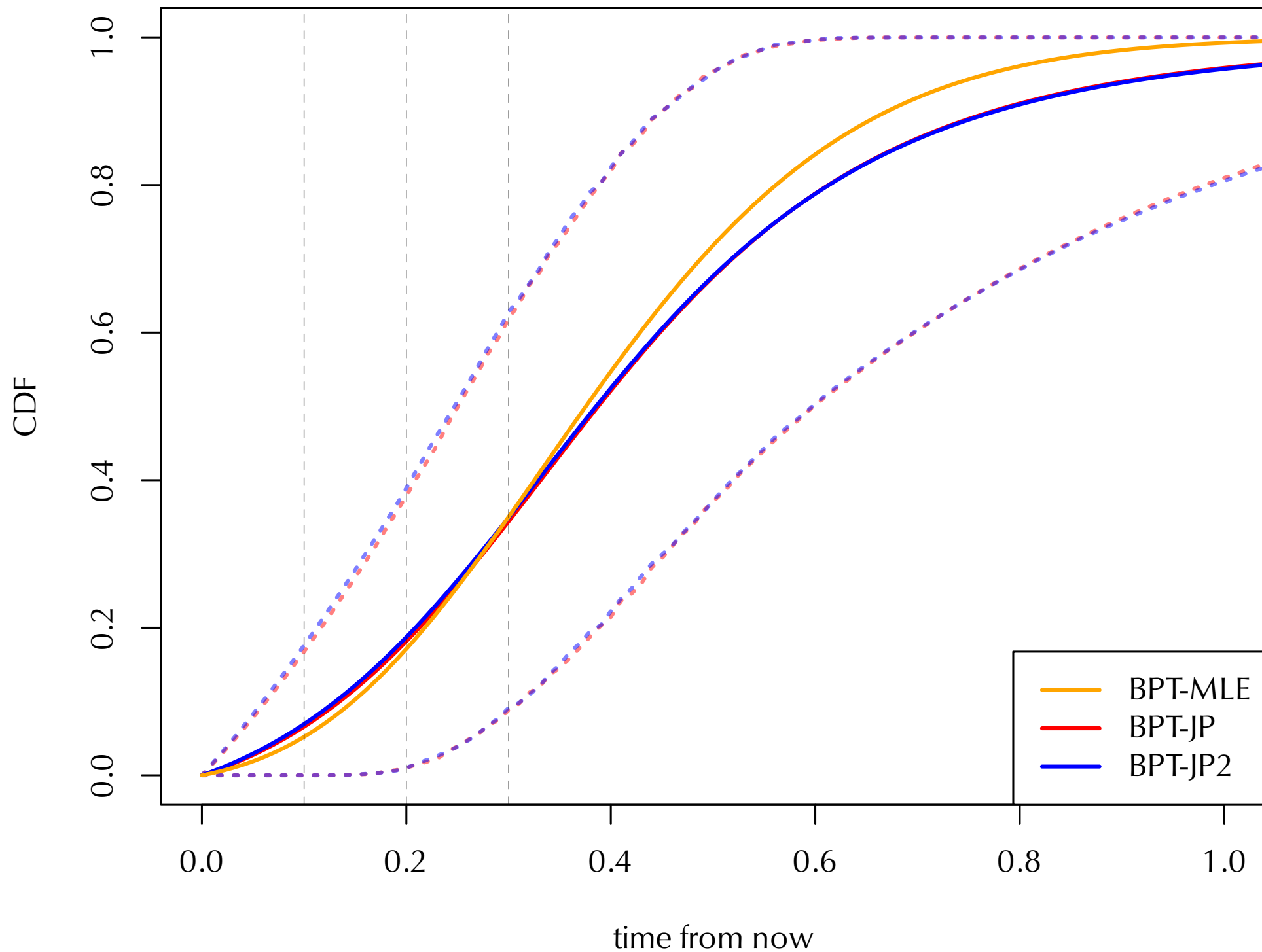
解析に用いる発生間隔データ

- ▶ Ogata (2002)では, 684年の白鳳(天武)地震から, 1233年の地震もカウントしたデータを用いている.
- ▶ ここでは, 「南海トラフの地震活動の長期評価 (第二版) について (平成25年5月24日)」に従い, ケースIIIのデータを用いる.
- ▶ また, これまでと同様に, 昭和地震から現在まで地震が発生していないというデータも含めて解析.
- ▶ 注意: 前述のJeffreys priorは, 発生間隔に関するデータのみを想定したものであり, 厳密にはJeffreys priorとは言えない.
- ▶ 発生間隔のみを用いた解析結果と今回の解析結果 (ケースIII) は, ほとんど変わらない (次図) .

BPTモデルの推測結果

6

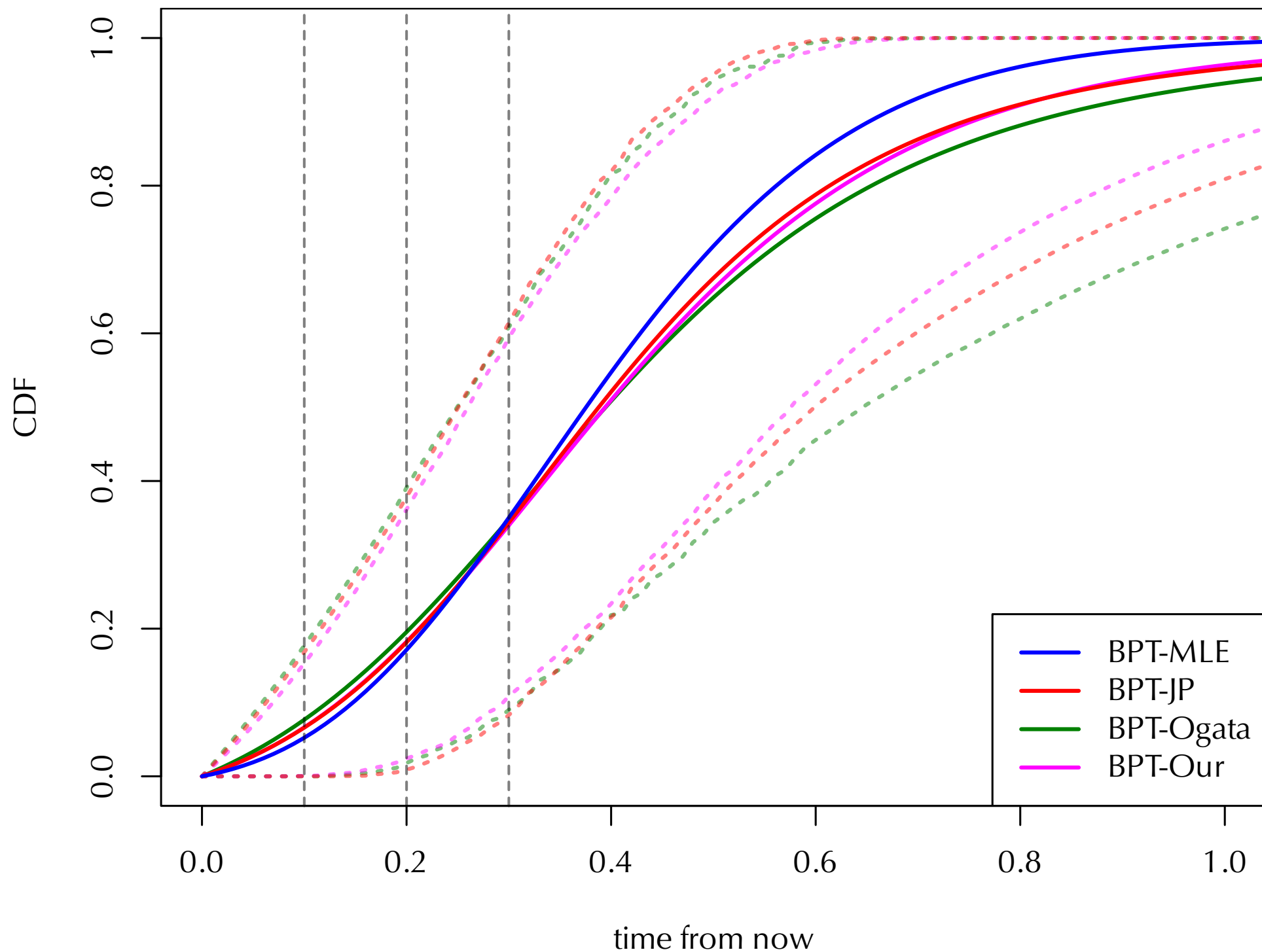
BPTモデルのベイズ推定による評価



BPTモデルの推測結果

7

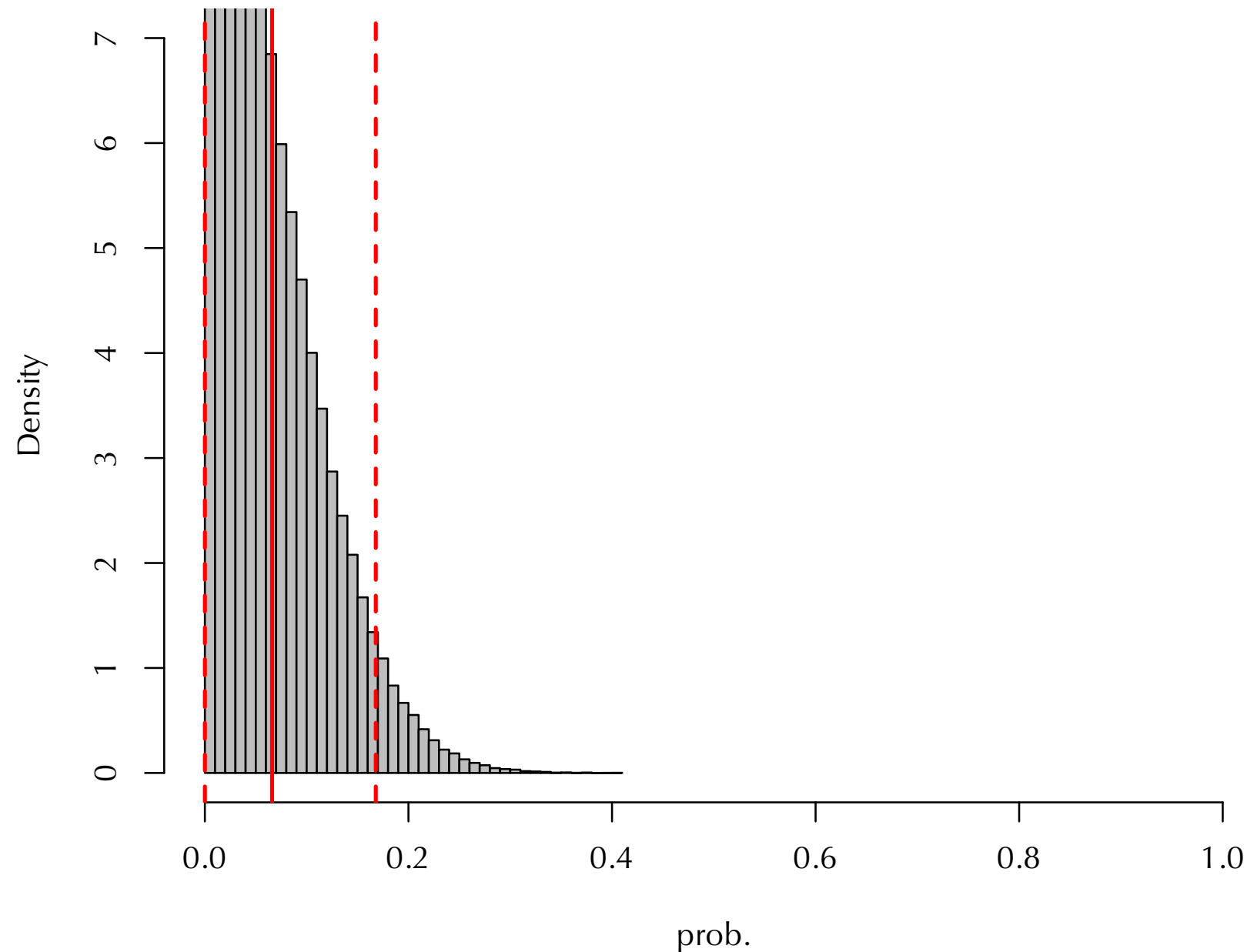
BPTモデルのベイズ推定による評価



BPTモデルのベイズ推定による評価 (JPの結果)

- ▶ 2035年の発生確率

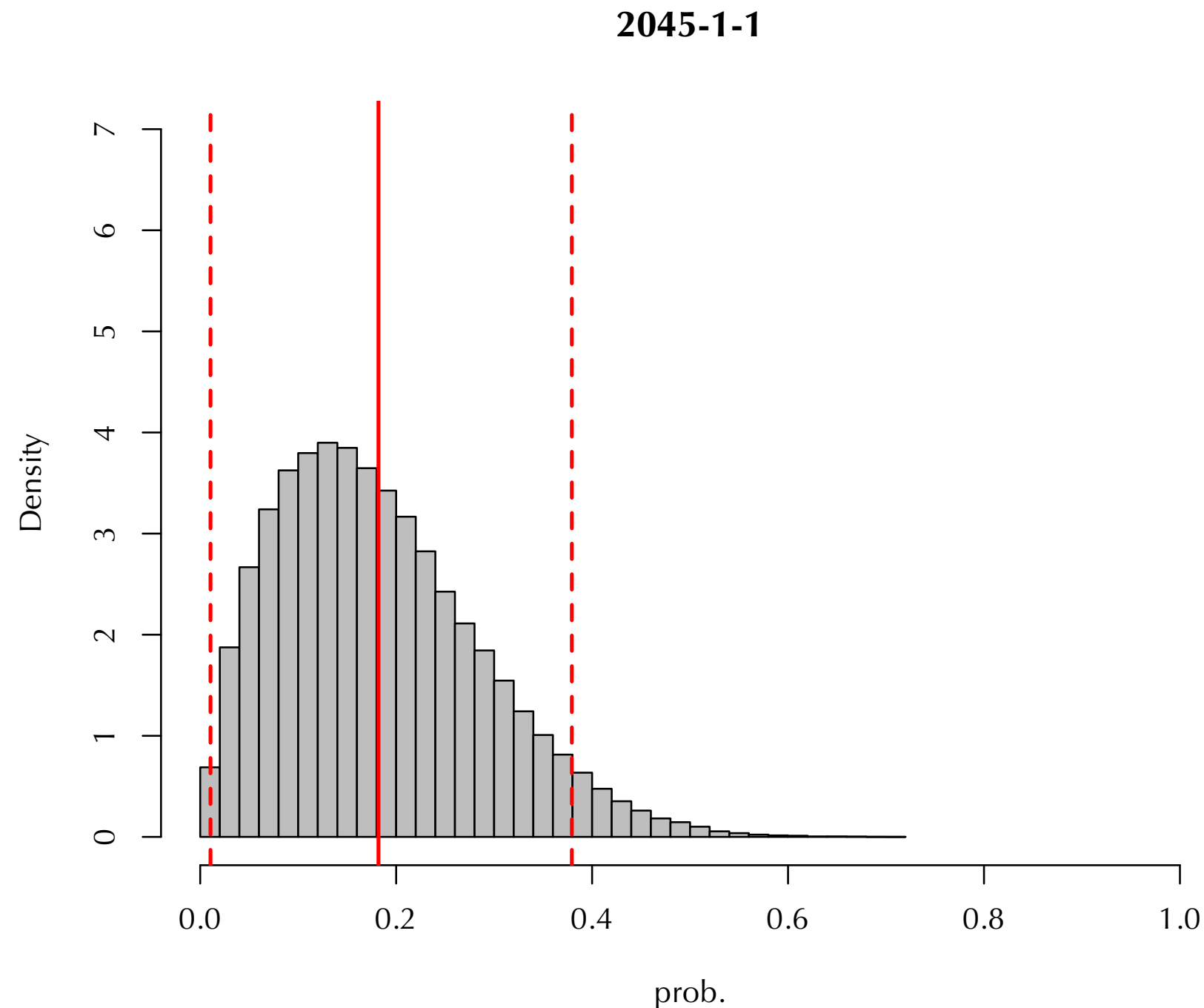
2035-1-1



BPTモデルの推測結果

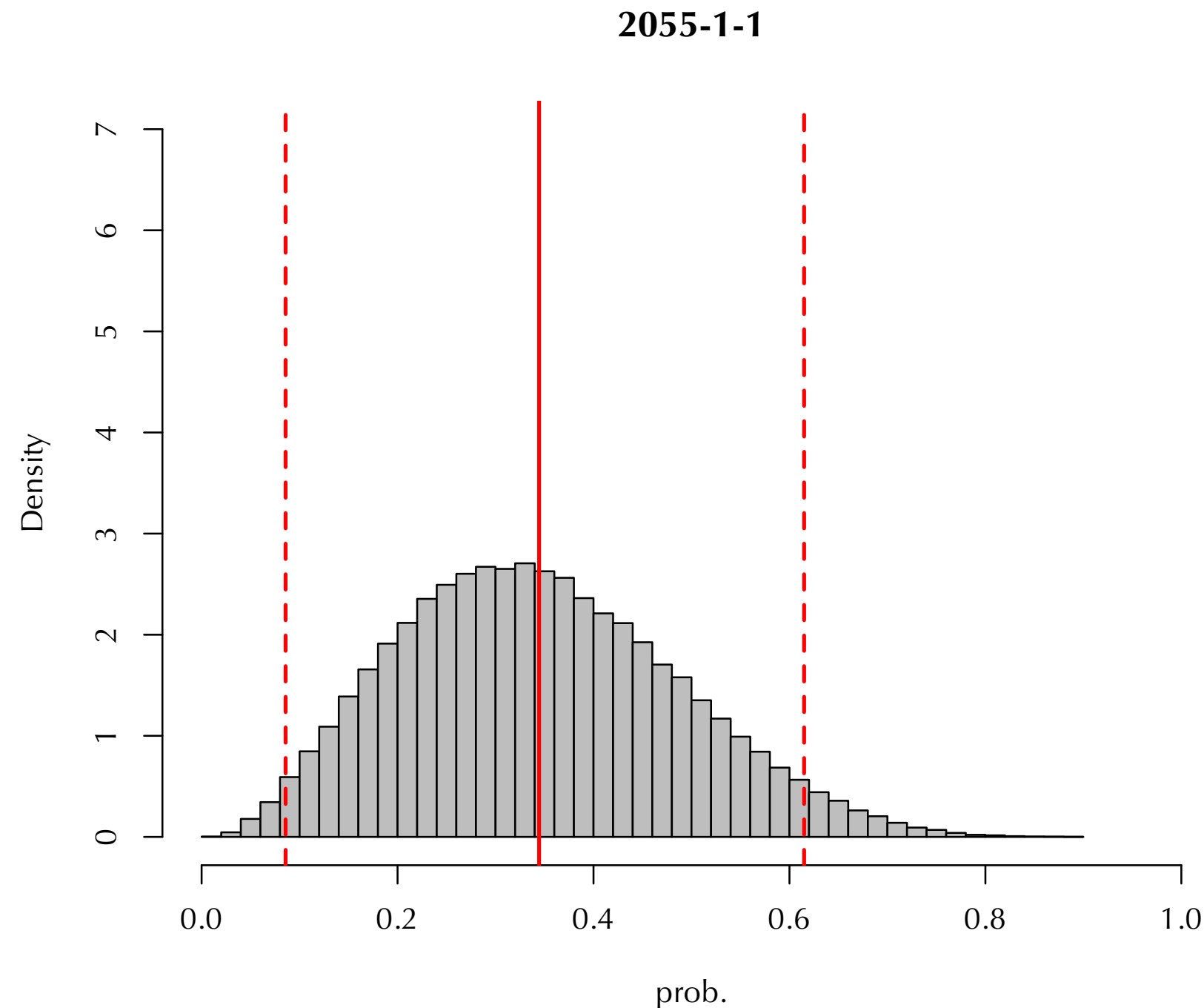
BPTモデルのベイズ推定による評価 (JPの結果)

- ▶ 2045年の発生確率

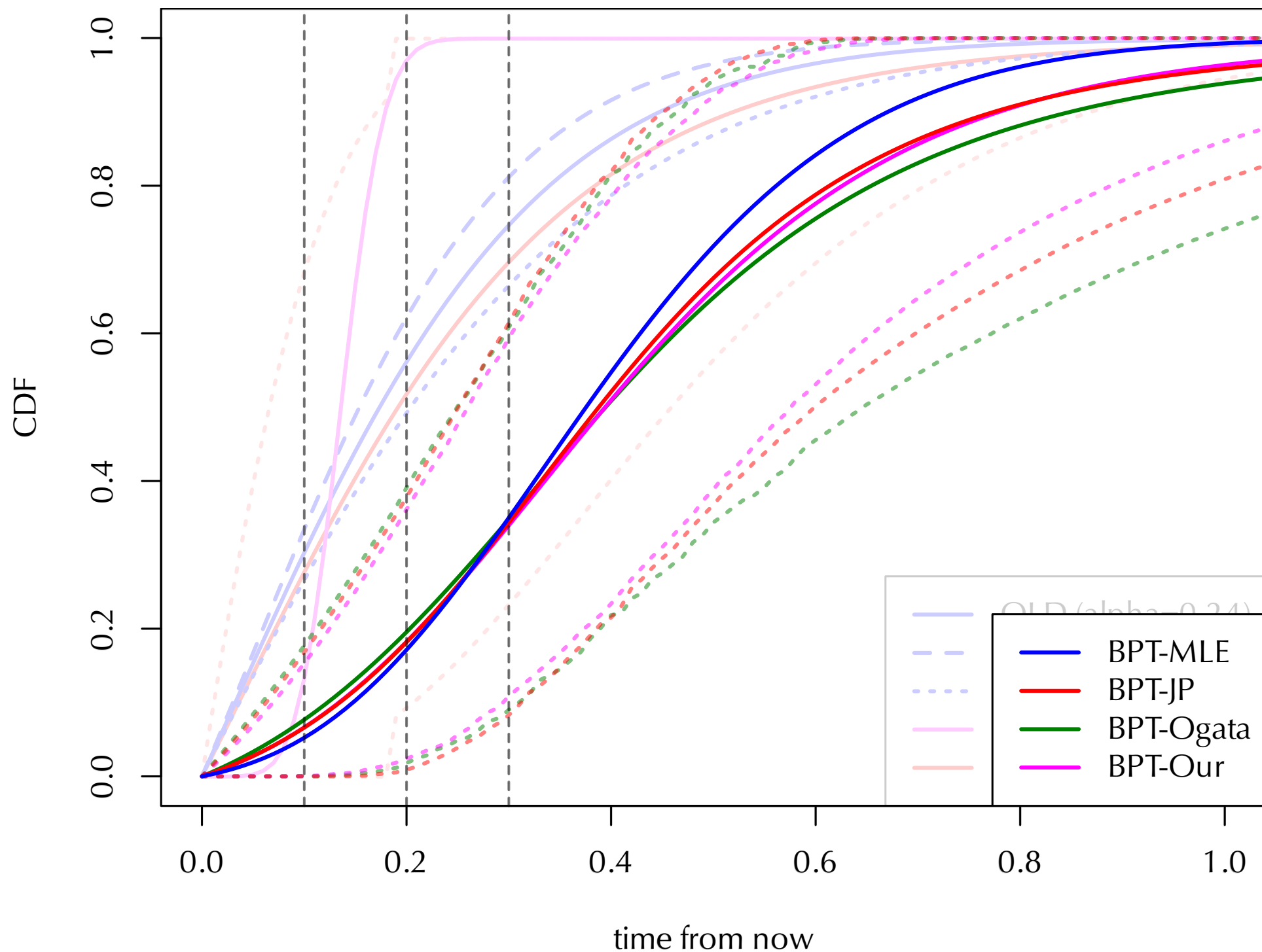


BPTモデルのベイズ推定による評価 (JPの結果)

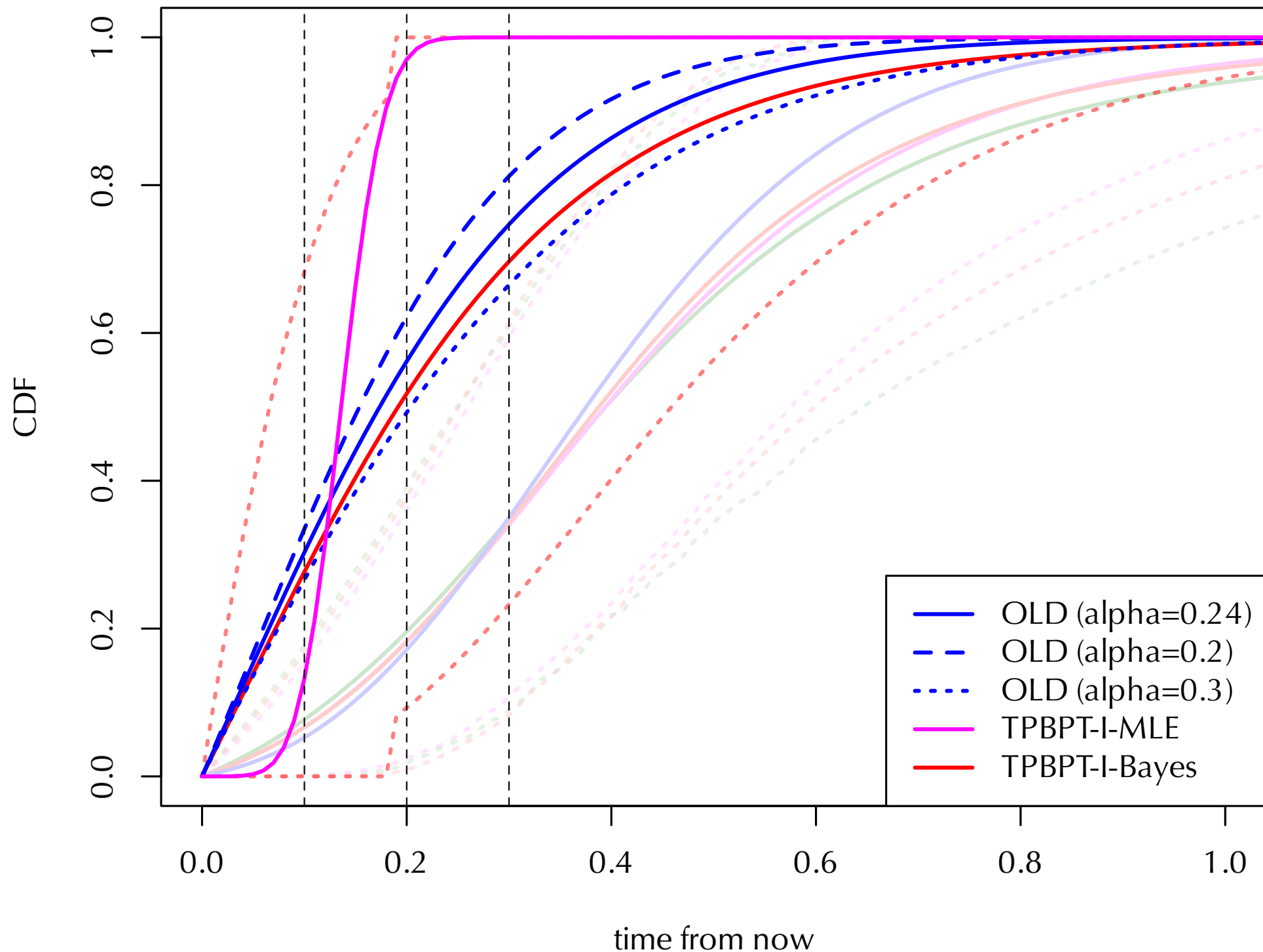
- ▶ 2055年の発生確率



SSD-BPTモデルのベイズ推定による評価 (BPTとの比較)



SSD-BPTモデルのベイズ推定による評価 (BPTとの比較)



BPTモデルの推測結果 (95%, 70%)

13

▶ 2035年1月1日までに発生する確率

📌 これまでの評価 ($\alpha = 0.20, 0.24$) : 33.47%, 30.30%

📌 95% : [0.00%, 16.79%], 70% : [0.01%, 8.50%]

▶ 2045年1月1日までに発生する確率

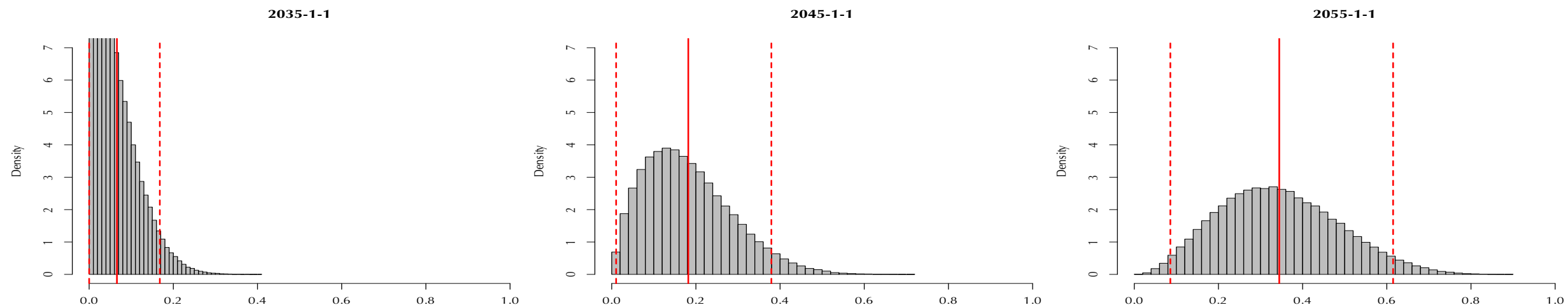
📌 これまでの評価 ($\alpha = 0.20, 0.24$) : 62.18%, 56.16%

📌 95% : [1.05%, 37.93%], 70% : [4.44%, 25.08%]

▶ 2055年1月1日までに発生する確率

📌 これまでの評価 ($\alpha = 0.20, 0.24$) : 81.21%, 74.69%

📌 95% : [8.57%, 61.50%], 70% : [17.56%, 47.50%]



SSD-BPTモデルの推測結果 (95%)

14

▶ 2035年1月1日までに発生する確率

📌 これまでの評価 ($\alpha = 0.20, 0.24$) : 33.47%, 30.30%

📌 $\sigma_\beta = 0.240$: [0.00%, 66.48%] ($\sigma_\beta = 0.195$: [0.00%, 68.23%])

▶ 2045年1月1日までに発生する確率

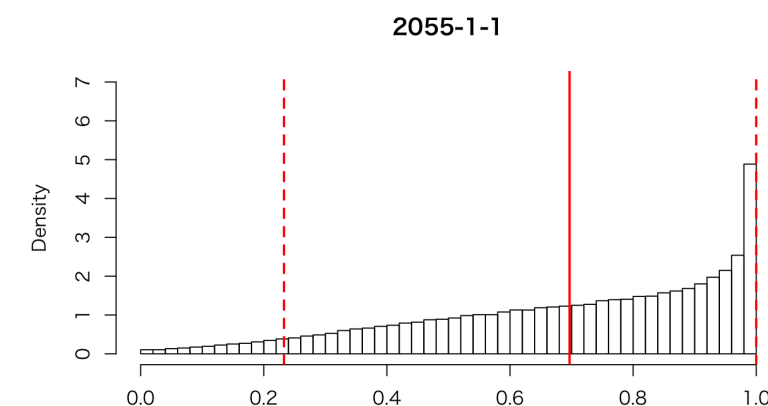
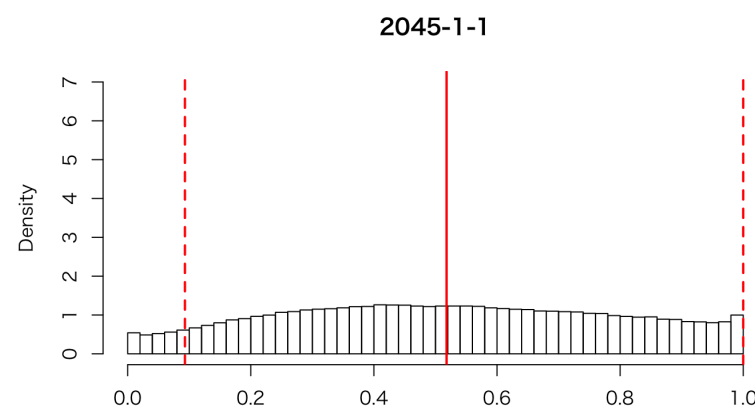
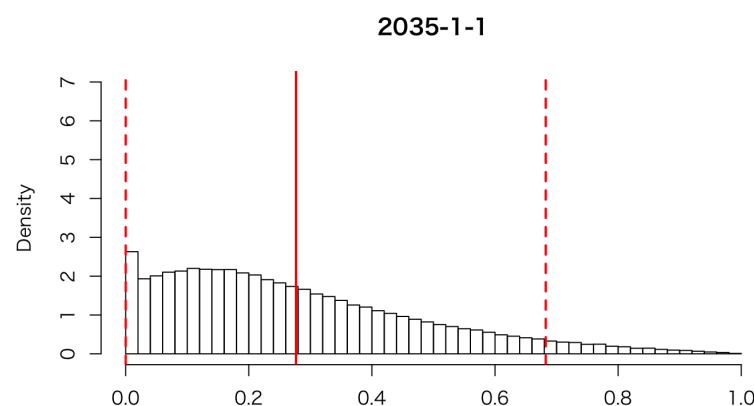
📌 これまでの評価 ($\alpha = 0.20, 0.24$) : 62.18%, 56.16%

📌 $\sigma_\beta = 0.240$: [9.30%, 100%] ($\sigma_\beta = 0.195$: [11.35%, 100%])

▶ 2055年1月1日までに発生する確率

📌 これまでの評価 ($\alpha = 0.20, 0.24$) : 81.21%, 74.69%

📌 $\sigma_\beta = 0.240$: [23.27%, 100%] ($\sigma_\beta = 0.195$: [27.23%, 100%])



SSD-BPTモデルの推測結果 (70%, 80%)

15

▶ 2035年1月1日までに発生する確率

📌 これまでの評価 ($\alpha = 0.20, 0.24$) : 33.47%, 30.30%

📌 70% : [0.00%, 35.98%] (80% : [0.00%, 44.74%])

▶ 2045年1月1日までに発生する確率

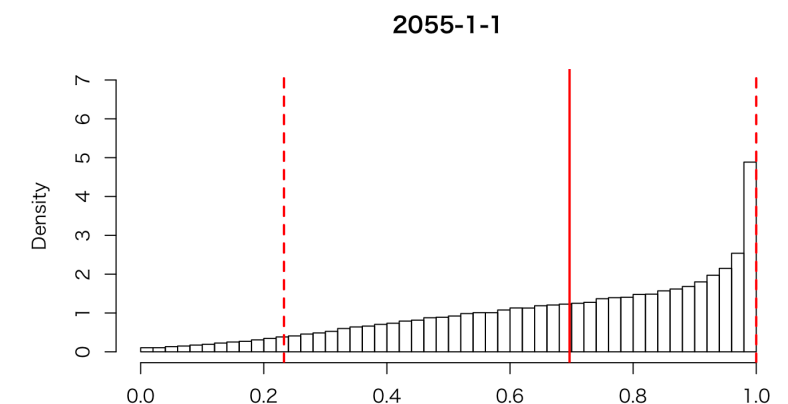
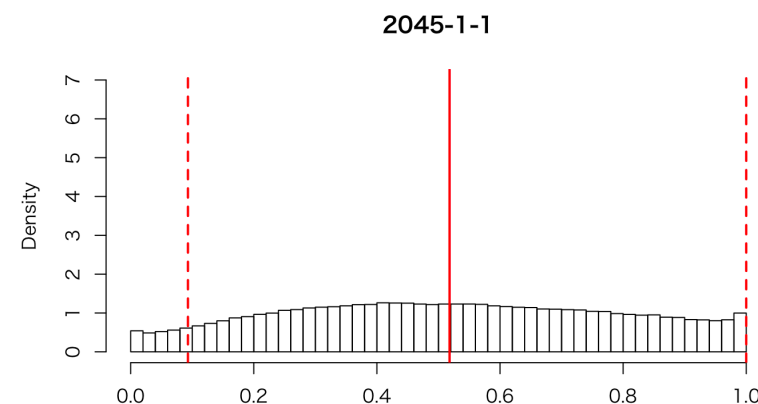
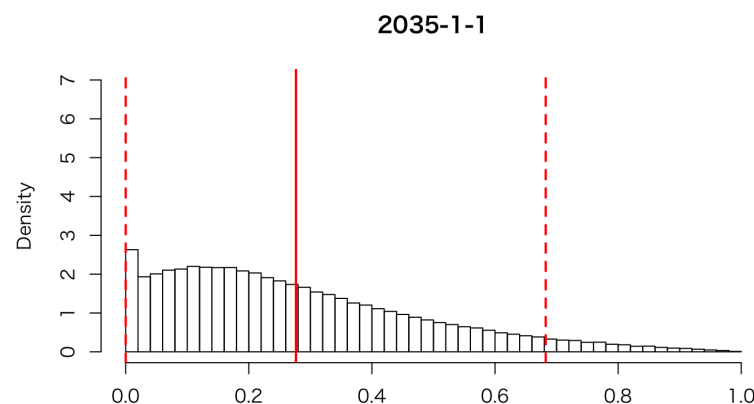
📌 これまでの評価 ($\alpha = 0.20, 0.24$) : 62.18%, 56.16%

📌 70% : [20.53%, 81.90%] (80% : [16.97%, 89.24%])

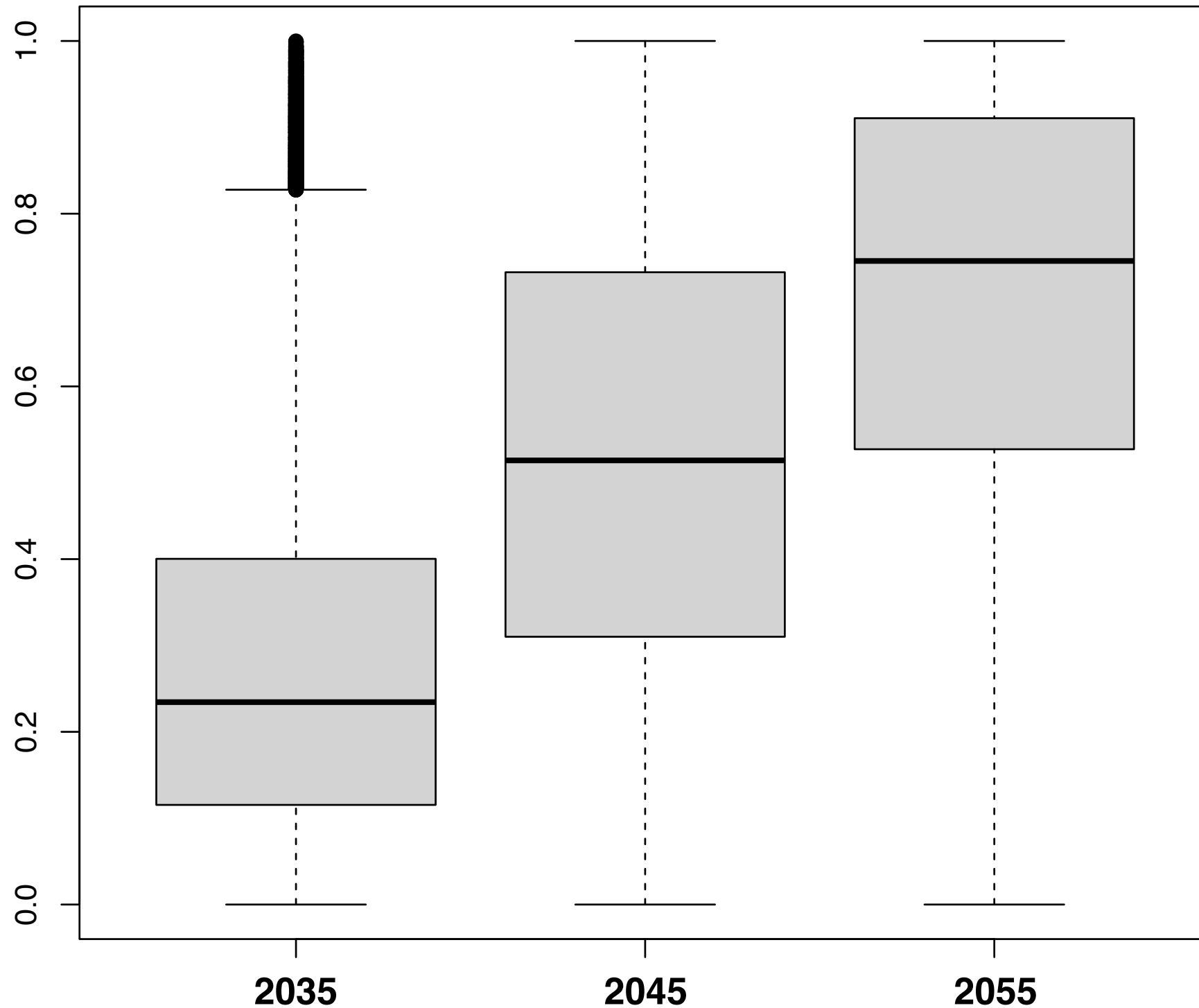
▶ 2055年1月1日までに発生する確率

📌 これまでの評価 ($\alpha = 0.20, 0.24$) : 81.21%, 74.69%

📌 70% : [57.71%, 100.00%] (80% : [47.31%, 100.00%])



▶ 箱ひげ図による可視化

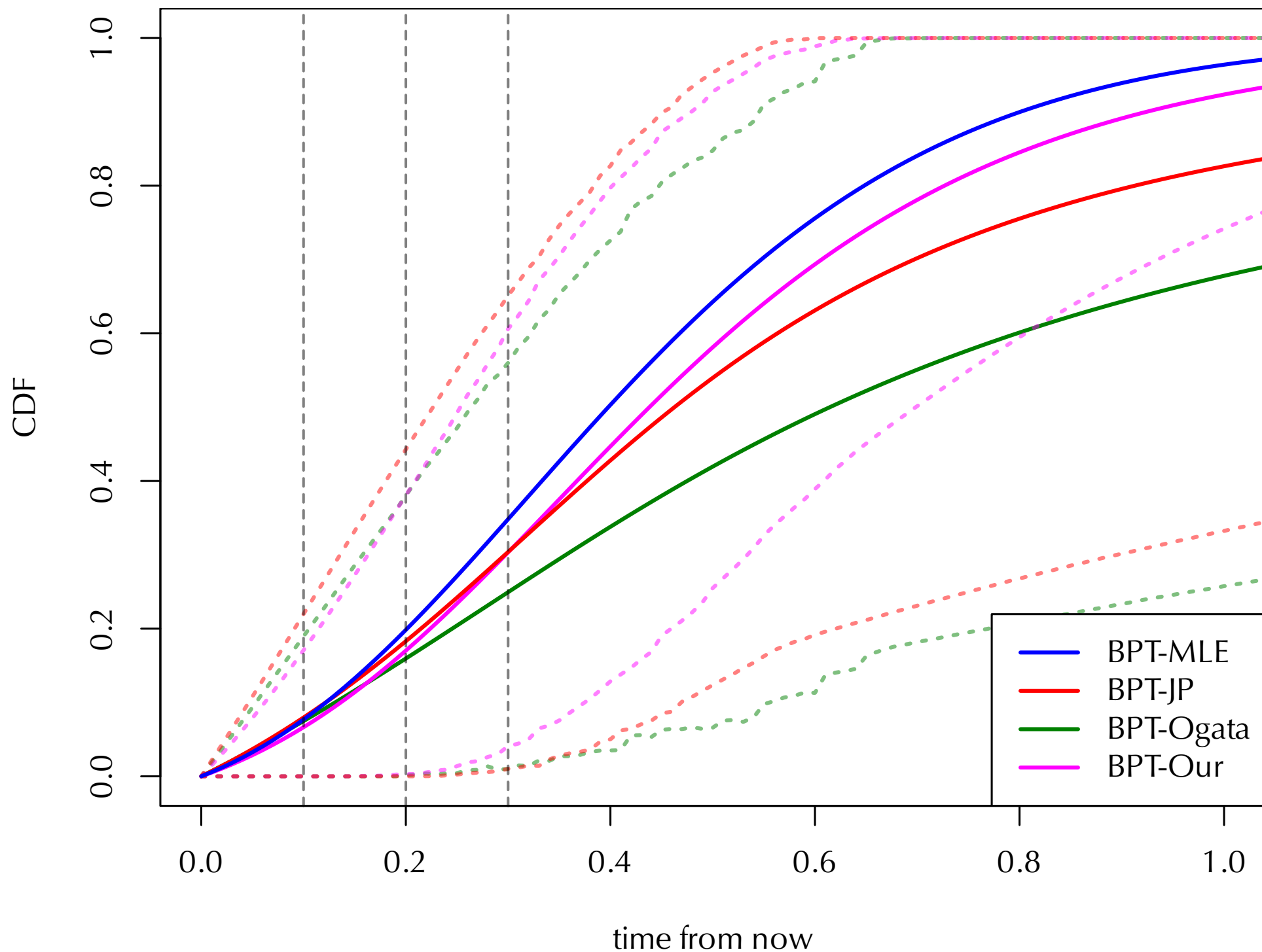


BPTモデルのベイズ推定による評価

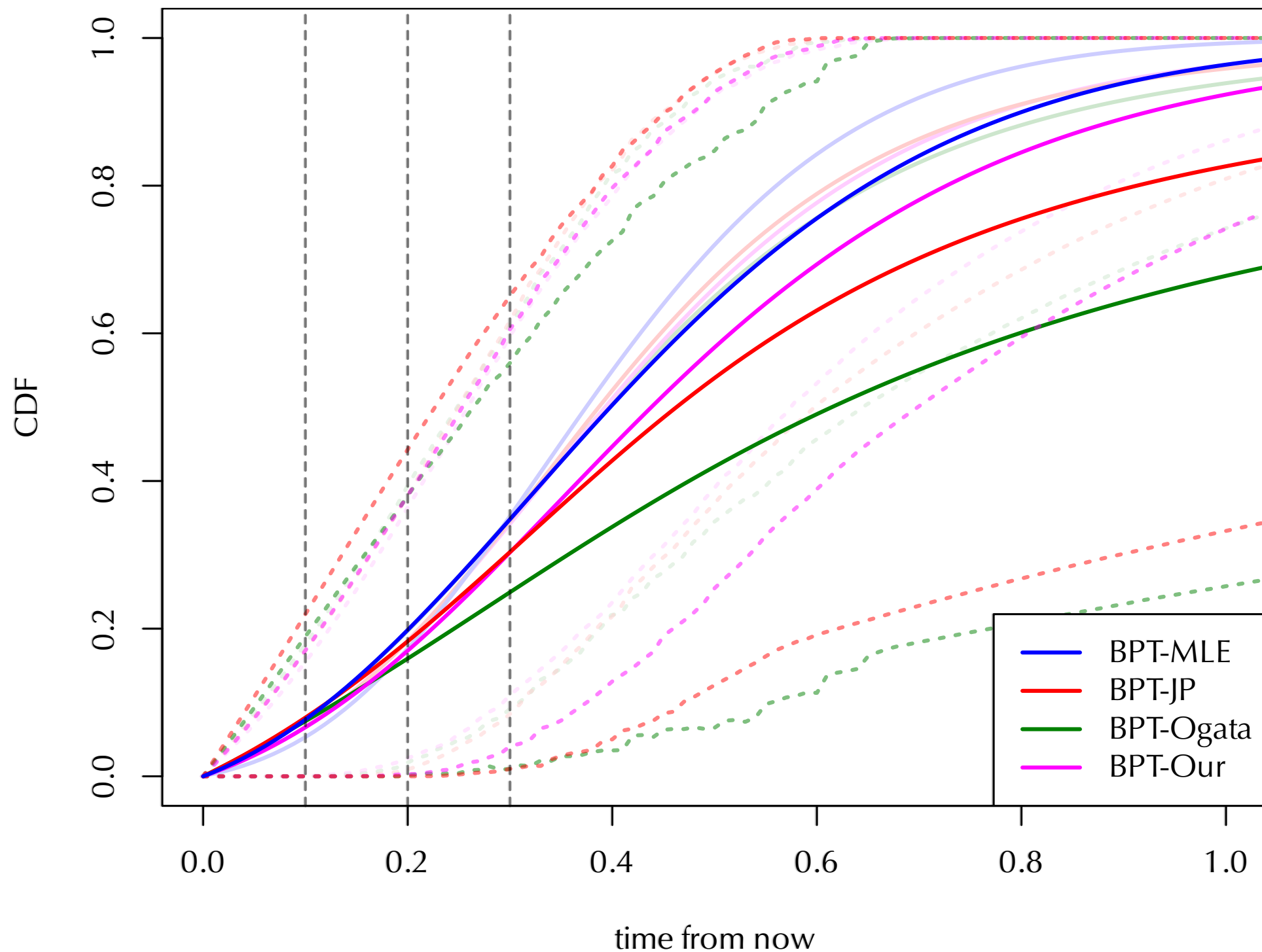
- ▶ SSD-BPTモデルの解析と比較するために,
2つの発生間隔のみから, 同じ手続きで推定を実施.
- ▶ 事前分布は, 無情報事前分布以外は変化していることに注意.

年	地震名	I	II	III	IV	V
684.9	白鳳（天武）地震	○	○			
887.7	仁和地震	○	○			
1098.1	康和・永長地震	○	○			
1361.6	正平（康安）地震	○	○	○	○	
1498.7	明応地震	○	○	○	○	
1605.1	慶長地震	○		○		
1707.8	宝永地震	○	○	○	○	○
1855.0	安政地震	○	○	○	○	○
1946.0	昭和地震	○	○	○	○	○

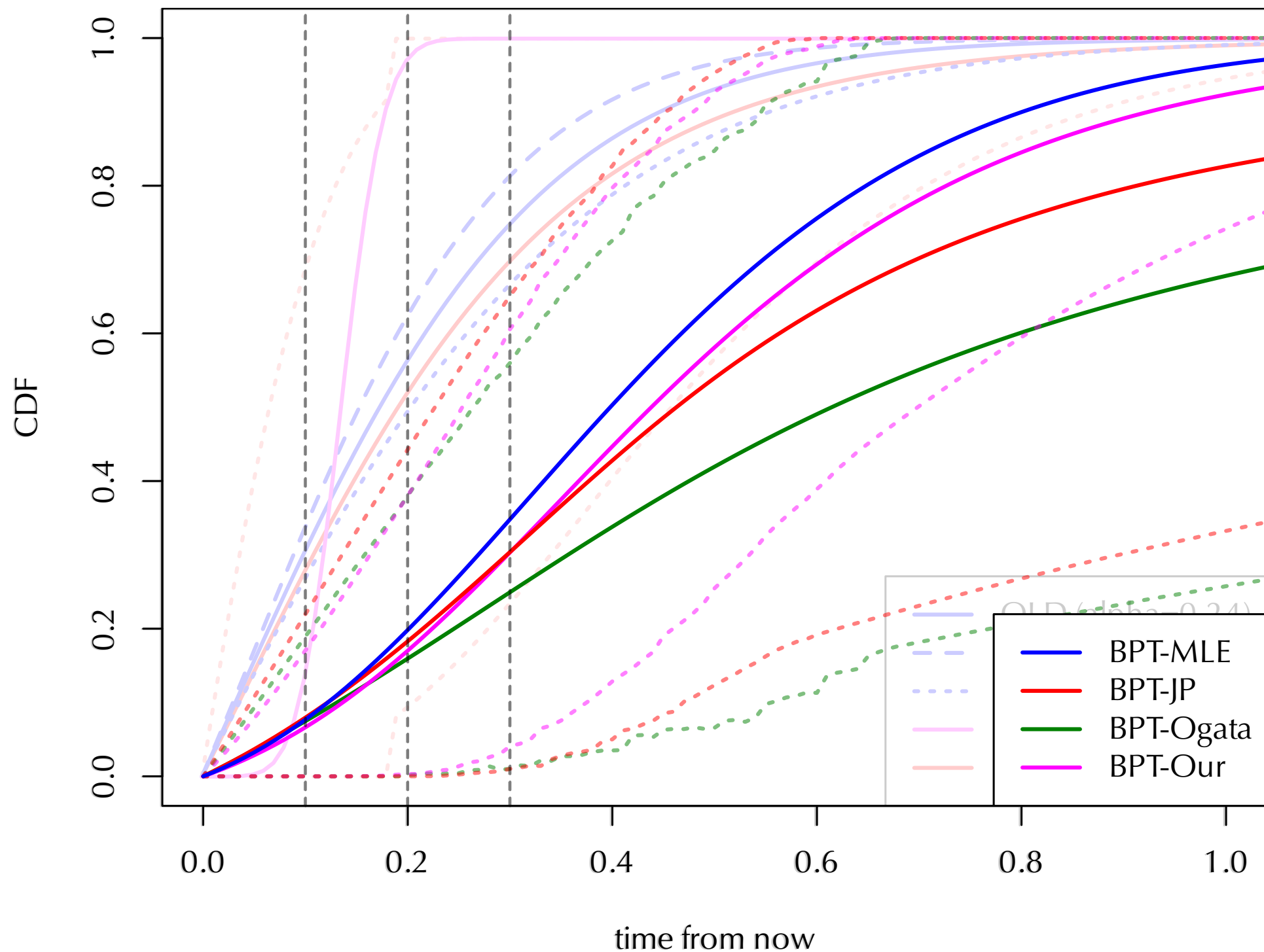
BPTモデルのベイズ推定による評価



BPTモデルのベイズ推定による評価 (ケースIIIとの比較)



BPTモデルのベイズ推定による評価 (U-SSD-BPTとの比較)



BPTモデルのベイズ推定による評価 (U-SSD-BPTとの比較)

