
γ の事前分布の設計とその注意点

TERADA, Yoshikazu / 寺田 吉壱

大阪大学 大学院基礎工学研究科
システム創成専攻 数理科学領域

パラメータ γ に対する事前分布

▶ 野村委員が別の分析で用いた事前分布の利用

📌 異なるデータ&モデルに対して経験ベイズ的に決定している

⇒ 今回の事前分布として利用するには不適切な可能性

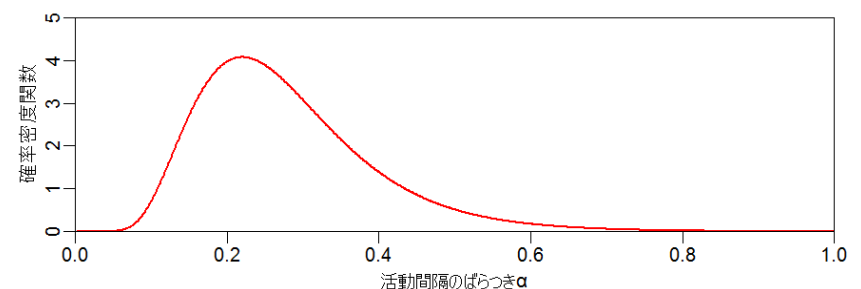
⇒ 不必要に大きい γ が設定されてしまう可能性.

📌 参考データがあるならば, せめて, その解析で得られた事後分布の利用が望ましいように思われる.

📌 例えば, 長主II1参考資料3-3の
右図の事後分布.

MTLセグメント共通の α のベイズ事後分布

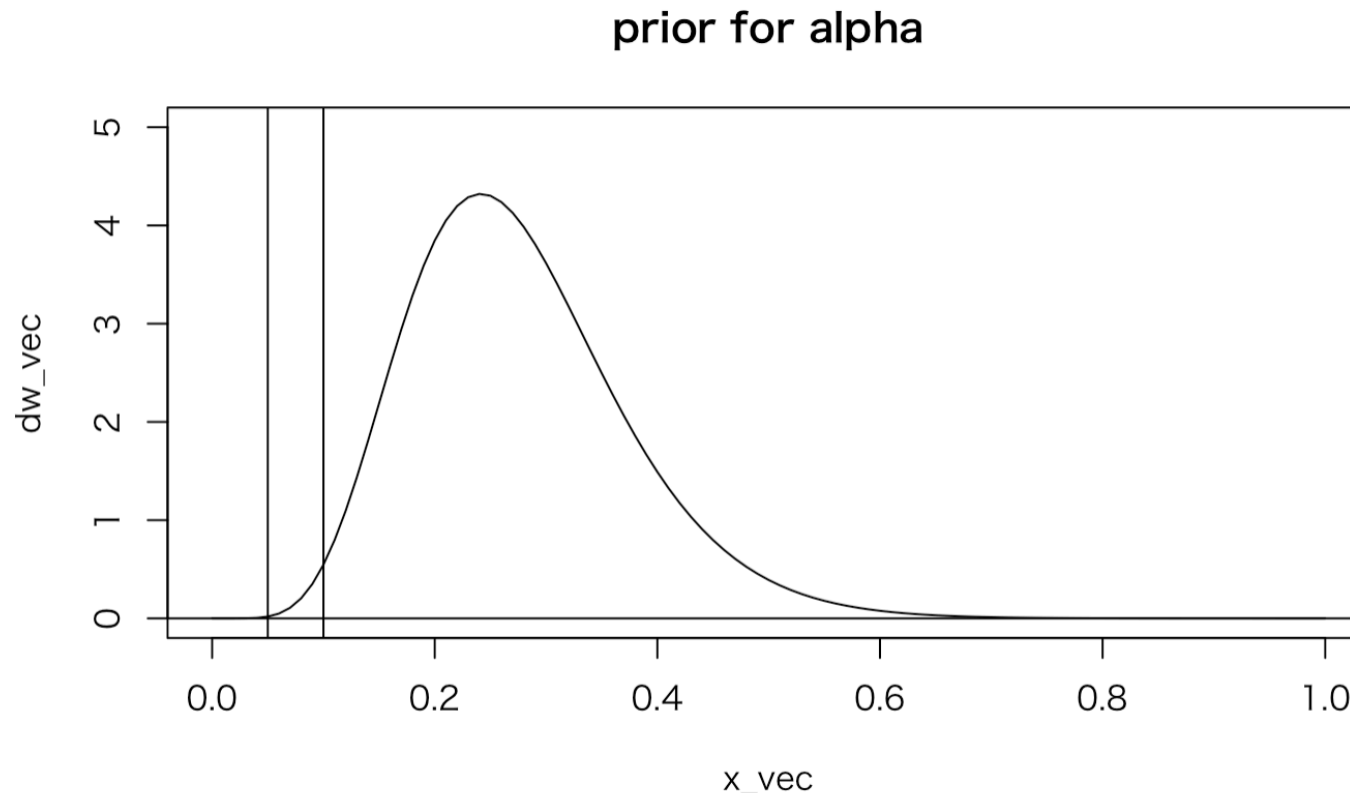
ベイズ事後分布は $\alpha = 0.220$ で最大値をとっており、セグメント毎の α の最尤推定値 (0.001~0.153) に比べて大きい



パラメータ γ に対する事前分布

▶ 野村委員が別の分析で用いた事後分布の利用

- 📌 長主II1参考資料3-3の右図の事後分布を参考に設計
- 📌 仮に、以下のガンマ分布 $\alpha \sim \text{Gam}(8, 29)$ で近似的に表す.



パラメータ γ に対する事前分布

▶ 野村委員が別の分析で用いた事後分布の利用

- 📌 長主II1参考資料3-3の右図の事後分布を参考に設計
- 📌 仮に, 以下のガンマ分布 $\alpha \sim \text{Gam}(8, 29)$ で近似的に表す.
- 📌 事後分布からのサンプリング結果などあれば,
より良い近似を考えることが可能.
- 📌 上のガンマ分布は目測で仮に当てはめてみた.

▶ α から γ への変換

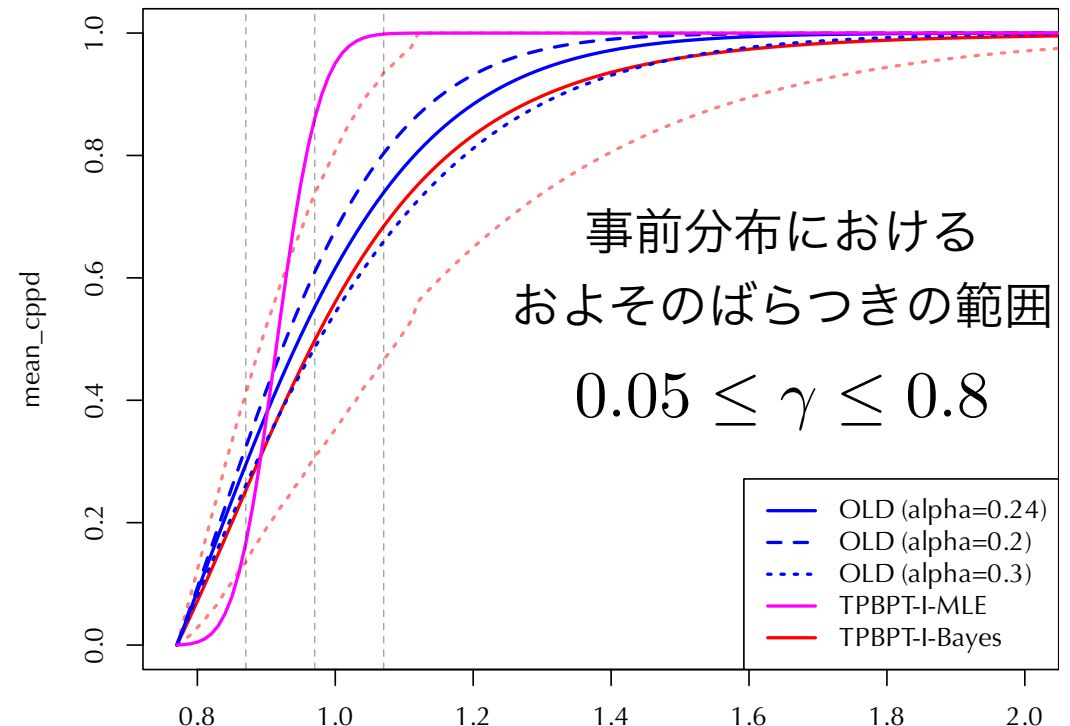
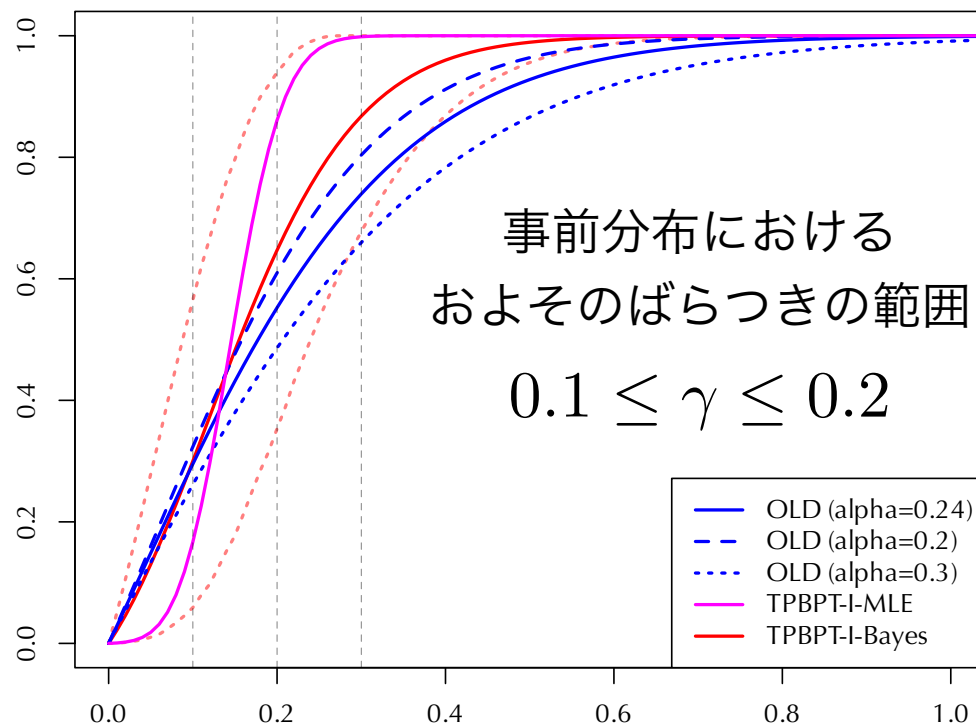
$$\alpha_i = \sqrt{\frac{\beta}{u_i}} \gamma \Rightarrow \bar{\alpha} = \gamma \sqrt{\beta} \underbrace{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \sqrt{\frac{1}{u_i}}}_{=:\bar{w}} \Leftrightarrow \gamma = \frac{1}{\sqrt{\beta} \bar{w}} \bar{\alpha}$$

パラメータ γ に対する事前分布

▶ 野村委員が別の分析で用いた事後分布の利用

📌 長主II1 参考資料3-3の右図の事後分布を参考に設計

📌 推測結果（左: 前回の資料, 右: 今回の解析）



パラメータ γ に対する事前分布

▶ 深刻な懸念事項

- 📌 α から γ への変換を考えると, $\alpha < \gamma$ となる.
- 📌 しかし, 隆起量の不確実性を考慮しない場合は,
時間予測BPTモデルの γ に対する推定量はかなり小さい.
- 📌 **隆起量のばらつきが α が大きく推定される要因の可能性**
(ここで, 隆起量のばらつきは, 不確実性のことではない.)
- 📌 滑り量を考慮していないモデルにおける α の解析結果のため,
 γ を大幅に大きく見積りすぎている可能性.
- 📌 $0.05 \leq \gamma \leq 0.8$ という範囲でばらつく事前分布は妥当なのか?

過大評価の危険性を示す数値実験

▶ 隆起量のばらつきが α が大きく推定される要因の可能性

📌 一旦隆起量の不確実性を考慮せず, 隆起量の平均と分散を推定
⇒ 平均 = 1.38, 標準偏差 = 0.36

📌 データ数が少ないため, 標準偏差はかなり過小評価

📌 擬似隆起量を生成: $\tilde{U}_1, \dots, \tilde{U}_n \sim_{i.i.d.} N(1.38, 0.36^2)$

📌 $\beta = 0.8, \gamma = 0.1$ とした 時間予測BPTモデル を用いて,

発生間隔の擬似データを作成し, 隆起量を考慮しない従来の
BPTモデルの最尤推定量 ($\hat{\mu}_n, \hat{\alpha}_n$) を計算 ($n = 10$).

📌 10^4 回実験を繰り返し, 最尤推定量 $\hat{\alpha}_n$ のバラツキ方を可視化

過大評価の危険性の数値実験

- ▶ 隆起量のばらつきが α が大きく推定される要因の可能性

📌 $\gamma = 0.1$ にも関わらず, $\hat{\alpha}_n \approx 0.2 \sim 0.4$ の範囲

📌 以下の関係式から, 安易に変換すると, 大幅な過大評価に。。。

$$\alpha_i = \sqrt{\frac{\beta}{u_i}} \gamma$$

📌 隆起量のばらつきを
過小評価しても
このような結果.

📌 この現象を踏まえて,
詳細な議論が必要!

