令和７年９月●日
地震調査研究推進本部
地震調査委員会

長期的な地震発生確率の評価手法について
（追補）

地震調査研究推進本部地震調査委員会は、平成13年（2001年）６月に「長期的な地震発生確率の評価手法について」（以下、平成13年報告書）を公表して以来、これに基づき全国の主要な活断層や海溝型地震及び海域活断層の長期評価を行なってきた。

平成13年報告書の公表から今日に至るまで、地震学や統計科学、計算技術は著しく進展した。これに伴い、実際の長期評価の現場では、地震の規模や発生履歴が持つ不確実性をより深く評価に取り入れるため、平成13年報告書の枠組みを高度化させる新たな手法の導入及び活用を進めてきた。

本追補は、こうした近年の評価で採用されるようになった手法について、その考え方や適用方法を整理し、今後の評価における手法の共通基盤を提示することを目的として作成されたものである。本書では、データが持つ不確実性を評価に取り入れるため、乱数を用いて生成される多数の仮想的シナリオに基づく「モンテカルロ法」や統計的推論の枠組みである「ベイズ推定」を地震発生確率の評価に活用する方法、及びこれらの手法の適用対象となる新たな物理モデルである「すべり量依存BPTモデル」について解説する。

なお、本追補は平成13年報告書を補完するものであり、ここに記述された手法以外の基本的な考え方については、引き続き平成13年報告書を参照されたい。

長期的な地震発生確率の評価手法について（追補）

目次

１．はじめに 3
２．モンテカルロ法の利用 4
（１）概要 4
（２）パラメータをサンプリングする手法－相模トラフ沿いで発生する M8 クラスの地震の評価への適用事例 5
（３）発生履歴をサンプリングする手法－千島海溝で発生する超巨大地震（17 世紀型）と東北地方太平洋沖地震型の評価への適用事例 6
３．ベイズ推定 9
（１）概要 9
（２）BPT モデルへの適用 9
４．すべり量依存 BPT モデル（SSD-BPT モデル） 13
（１）概要 13
（２）モデルパラメータの推定 13
５．今後に向けて 16
引用文献 17

１．はじめに

地震調査委員会は、「長期的な地震発生確率の評価手法について」(地震調査委員会，2001a)（以下、平成 13 年報告書）において、地震の長期的な発生確率について、統計モデルに基づく評価手法の体系化を行った。平成 13 年報告書では、利用可能なデータに応じて、主に次の三つの評価手法が提示されている。第一に、最新活動時期を含む発生履歴が判明している場合は、発生間隔が BPT（Brownian Passage Time）分布に従うと仮定する更新過程モデル（BPT モデル）を用いる。第二に、発生履歴に加えて断層のずれ量が既知の場合は、時間予測モデルによって算出された期待経過時間を平均発生間隔とする BPT モデルを用いる。第三に、最新活動時期が不明な場合は、平均発生間隔のみからポアソン過程を用いて確率を算出する。この枠組みは、その後の多くの海溝型地震や活断層地震の長期評価において基礎とされてきた。

近年、この基本的な枠組みを拡張する形で、特に不確実性を確率論的に扱う手法が大きく進展した。その背景には、計算機シミュレーションを駆使した「モンテカルロ法」という数値計算手法の発展がある。モンテカルロ法は、乱数を用いて多数のシナリオを生成し、複雑な問題の性質を統計的に評価する手法の総称であり、古地震などの発生履歴が持つ不確実性を長期評価に加味するために広く活用されてきた（地震調査委員会，2014，2017，2019)。

さらに、このモンテカルロ法の発展は、より高度な統計的推論の枠組みである「ベイズ推定」の実用化を可能にした。ベイズ推定は、パラメータに関する事前の知識（事前分布）を、観測データ（尤度関数）によって事後的な確率分布（事後分布）へと系統的に更新する、強力で汎用性の高い推論手法である。

これらの統計・計算手法の発展と並行して、物理モデル自体の高度化も進んだ。その代表的なものが、時間予測モデルの考え方を BPT 分布に統合した「すべり量依存 BPT モデル(SSD-BPT モデル)」（Ogata， 2002）である。このモデルは、地震の規模と発生間隔の関係性を系統的に評価に組み込むことを可能にした。

このような背景を踏まえ、本追補では、これらの発展的手法の考え方とその適用方法を体系的に整理し解説する。第２章ではモンテカルロ法の利用法とその適用事例、第３章ではベイズ推定の概要と基本的な BPT モデルへの適用、そして第４章ではすべり量依存 BPT モデルの概念とそのパラメータ推定法について詳述する。なお、本追補は平成 13 年報告書の枠組みを補完・発展させるものであり、本稿で扱わない確率評価に関するより基本的な概念や手法については、引き続き平成 13 年報告書を参照されたい。

２．モンテカルロ法の利用

（１）概要

現在のように地震計による地震観測が実施される以前の地震の発生履歴は、歴史記録や地形・地質記録からの推定に頼らざるを得ない。特に地形・地質記録から発生履歴を推定する場合、発生年代を年単位で絞り込むことは困難である。推定される期間が数十年から数百年にわたることも珍しくなく、データには大きな不確実性が含まれる。このように不確実性の大きいデータに対しては、発生可能期間の中点のみを代表値として用いる従来の最尤法では、入力データが持つ不確実性を評価結果に反映することができず、結果として評価結果の信頼性が十分に担保されない可能性がある。

そこで、乱数を発生させることで多数の仮想的なシナリオを生成し、それらを集計して確率を評価する「モンテカルロ法」が、近年の長期評価で広く活用されるようになった。本章では、相模トラフ沿いの地震活動の長期評価（第二版）（地震調査委員会，2014）（以下、相模トラフの長期評価）、千島海溝沿いの地震活動の長期評価（第二版）（地震調査委員会，2017）（以下、千島海溝の長期評価）、及び日本海溝沿いの地震活動の長期評価（地震調査委員会，2019）（以下、日本海溝の長期評価）における具体的な適用事例を基に、この手法の考え方と手順を解説する。

本稿で扱う確率評価の基礎となるのは、発生間隔が BPT 分布に従うと仮定する BPT モデルである（地震調査委員会，2001a）。BPT 分布は統計学における逆ガウス分布と等価であり、その確率密度関数は平均発生間隔 μ、変動係数 α（発生間隔のばらつき）を用いて

$$f(t|\mu,\alpha)=\sqrt{\frac{\mu}{2\pi\alpha^2t^3}}\exp\left\{-\frac{(t-\mu)^2}{2\mu\alpha^2t}\right\}\quad(t>0,\mu>0,\alpha>0)\tag{2.1}$$

と書ける。この BPT 分布とモンテカルロ法を組み合わせた評価手法として、過去の長期評価では主に以下の二つの手法が採用されてきた。

（あ）パラメータをサンプリングする手法（相模トラフ沿いの M8 クラスの地震の評価に適用された手法）

まずパラメータ (μ,α) の値を、それぞれ設定された範囲内で一様乱数として発生させることで、パラメータセットを多数作成する。次に、作成された各パラメータセットを用いて BPT 分布から仮想的な時系列を発生させ、それが観測された発生履歴と整合する場合のみ、その試行を採用して発生確率を評価する。

（い）発生履歴をサンプリングする手法（千島海溝で発生する超巨大地震（17 世紀型）と東北地方太平洋沖地震型の評価に適用された手法）

まず地震ごとに仮定された発生年代の幅の中で、それぞれ乱数を発生させて仮想的な発生年の時系列を多数作成する。次に、作成された個々の時系列データセットごとに最尤法を用いてパラメータ (μ,α) を推定し、発生確率を評価する。

本章（２）以降では、これらの手法について具体的な適用事例を用いて解説する。なお、本稿で取り上げるモンテカルロ法の利用法は、主に個別の断層における発生履歴の不確実性を扱うためのものであり、活断層の地域評価などで見られる別の利用法については、別途関連する報告書（例えば、地震調査委員会，2013）を参照されたい。

（２）パラメータをサンプリングする手法－相模トラフ沿いで発生するM8クラスの地震の評価への適用事例

相模トラフ沿いで発生するM8クラスの地震を対象に、パラメータをサンプリングする手法を適用した評価事例を解説する（相模トラフの長期評価）。相模トラフでは、歴史記録等から確実視される地震の発生履歴が３回と非常に少なく、より多くのイベント情報を含む地形・地質記録の利用が有効となる。しかし、地形・地質記録から推定される発生時期は年代決定に大きな不確実性を持つため、この不確実性を確率評価へ適切に反映させる目的で、前節で述べた（あ）の手法を適用した。

図2.1に手法の模式図を示す。まず、BPT分布のパラメータの値（平均発生間隔μと変動係数α）をある設定範囲内で一様乱数を発生させることにより多数作成する。各々の発生させたパラメータ値に基づいてBPT分布の時系列を発生させ、地形・地質記録より明らかになった地震発生の時系列と整合するものだけを抽出する。図2.1の例では、乱数により生成された各時系列のうち、②及び④は発生期間外の地震を含むため除外し、①、③、⑤の時系列のみを採用する。これを「実際の地震発生間隔を満たす系列」と呼ぶ（例えば、Stein et al.，2006；Parsons，2008）。この実際の地震発生間隔を満たす系列に対応する(μ,α)を用いて地震発生確率を評価する。

相模トラフ沿いでは、房総南西岸浜堤列（岩井低地などに発達する浜堤列）から、少なくとも11回分の関東地震による隆起痕跡が検出されている（宍倉，1999；宍倉・他，2001；宍倉・他,2005)。これらのデータから推定された関東地震の発生時系列を図2.2に示す(2.2bの右から２番目の列)。この時系列の中で、イベントを見落としている可能性の低い2400 cal yBP[1] ～5400 cal yBPの3000年間に推定される９回の地震を用いて、次に発生する地震の発生間隔の評価を行った（図2.2、表2.1)。

図 2.3 は実際の地震発生間隔を満たす系列に対応するパラメータ(μ,α)の個数分布をコンター図で示したものである。ピンク色で示した領域は、個数の多い側から積算して全体の68%を占める領域（以下、68%信用領域）を表す。赤色の三角及び丸はそれぞれ、中央値と平均値である。比較のため、従来法（最尤法）による点推定値も併せて示す。青丸は地形・地質記録の発生可能時期の中点を用いた場合、緑丸は歴史記録の残る３地震（1923 年大正地震、1703年元禄地震、1293年永仁地震）から求めた値である。各パラメータ値はすべて68%信用領域に入っており、これらの結果に矛盾はないことが確認できる。

[1]放射性炭素年代測定で得られた年代値を年輪年代などで校正した暦年代。1950年を起点として何年前かを示す。

モンテカルロ法を用いることで、ある時点から30年間の地震発生確率（以下、30年確率）も、点推定値ではなく分布として示すことができる。図2.4は実際の地震発生間隔を満たす全系列の、2014年１月１日時点における30年確率の分布をヒストグラムで示したものである。2014年１月１日時点ではまだ地震発生間隔（平均値390年）に比べ、経過時間が90年程度と短いので、０％に近い低い確率値の割合が多くなっている。68%の信用区間でほぼ０％～0.6%、95%の信用区間でほぼ０％～５％となる。

次に、発生間隔のばらつきの評価について記述する。地震発生間隔を満たす系列（９回の地震発生系列）から各々の地震発生間隔（８個）を取り出して、頻度をヒストグラムで示したものが図2.5である。発生間隔の分布のピークが二つに分かれているが、これは地形・地質記録から抽出した９回の地震発生系列の発生間隔を発生幅の中点で評価した値(図2.5で橙色の縦線）が大まかに二つに分かれているためである。この図より、地震発生間隔の68%信用区間は250年～480年、95%信用区間は180年～590年と推定される。95%信用区間の中に、歴史記録（３地震）より求めた間隔（220年と410年）が含まれており、測地データより求めた平均発生間隔（200～500年）（地震調査委員会，2014）とも矛盾しない。

（３）発生履歴をサンプリングする手法－千島海溝で発生する超巨大地震（17 世紀型）と東北地方太平洋沖地震型の評価への適用事例

近年、炭素の放射性同位体^{14}Cを用いた放射年代測定結果にベイズ解析を適用することで、精度の高い較正年代の推定が可能となっている。これに伴い、OxCal（Ramsey，2001）などの解析ソフトウェアが整備されてきており、OxCalでは較正年代の確率分布関数を出力することができる。また、（あ）の手法では、分布パラメータをランダムに選んで発生させた地震の時系列のうち、観測された地震の推定発生期間を再現する分布だけを抽出している。この手法では観測された地震の推定発生期間の不確実性が小さいと再現する分布パラメータを探すのが極めて困難になるという問題点がある。こうした背景を踏まえ、「千島海溝で発生する超巨大地震（17世紀型)」や「東北地方太平洋沖地震型」では、以下のように地震発生年代の確率分布関数を考慮した上で、発生履歴をサンプリングする手法を適用し、地震発生確率の評価を行った。

図2.6に手法の概要を示す。地震の発生期間に関する確率分布が得られている場合は、その分布を正規分布で近似し、そこから生成した乱数に基づいて地震の発生時刻を決定する。もし、確率分布が得られていない場合は発生期間内の一様分布を仮定し、同様の方法で発生時刻を決定する。正規分布を使用した場合は、図2.6の時系列③の一番古い地震のように±２σの範囲を外れるものも発生し得る。同様の手続きを全ての地震発生可能性のある期間に適用して、一つの地震時系列を作成する。この時系列から最尤法によりBPT分布のパラメータ(μ,α)を求める。この試行を多数繰り返すことにより得られたパラメータの分布から地震の発生可能性を評価する。以下に、具体的な事例を用いて説明する。

１）千島海溝で発生する超巨大地震（17 世紀型）の評価への適用事例

（い）の手法を用いて、霧多布湿原及び藻散布沼での津波堆積物の年代推定結果（Nanayama et al., 2007 ; Sawai et al., 2009）から、千島海溝で発生する超巨大地震（17 世紀型）の発生確率の評価を行った（千島海溝の長期評価）。表 2.2 に示すように、評価には霧多布湿原の５地震、藻散布沼の７地震を用いた。Sawai et al.（2009）により、津波堆積物から地震発生時期の確率分布及びその標準偏差が得られているため（図 2.7）、この標準偏差を持つ正規分布を仮定し、次の手順で計算を行った。

（ｉ） 図 2.6 で示した手順により、BPT 分布のパラメータ (μ, α) の分布を求める。ただし、α が大きな時系列は発生間隔が１年未満など不適切な時系列を抽出したと判断し、$\alpha < 2.0$ の時系列のみを採用する。

（ⅱ）（ｉ）で求めたパラメータ分布 (μ, α) を用いて、評価時点から 30 年間に地震が発生する確率を計算し、その密度分布を求める。

（ⅲ）求められた確率の密度分布より 95%の信頼区間で発生確率の幅を評価する。

図 2.8 に求められたパラメータ (μ, α) の頻度分布を示す。μ を１年毎、α を 0.02 毎の区間に分けて抽出された時系列の個数を数えたものである。藻散布沼及び霧多布湿原の津波堆積物を使った解析で、平均発生間隔 μ の最頻値はそれぞれ 337 年と 375 年、ばらつきの度合いを示す α の最頻値は 0.79 と 0.49 となった。平均発生間隔はいずれの場合も 350 年程度と、従来言われていた値（約 500 年）よりも短い値になっている。しかし、パラメータ分布の広がりが大きいため不確実性が大きくなっており、次に発生する地震との間隔が平均発生間隔よりかなり短い、あるいは長いこともあり得る。このような場合は、平均値のような代表値だけで評価を行うと結果に偏りが出てしまい、発生確率を過大あるいは過小評価する可能性がある。

発生確率の不確実性を評価するために、図 2.9 に 2017 年１月１日時点における 30 年確率の分布を示す。95%の信頼区間で発生確率の幅を評価すると、藻散布沼のデータからは７%～17%、霧多布湿原のデータからは７%～37%となる。

図 2.10 に抽出された時系列の発生間隔の頻度分布を示す。両地域より推定された頻度分布共に、ひとつの鋭いピークを持つ分布ではなく、なだらかに裾野を持つ分布となっており、この図からも発生間隔が大きくばらついている様子が見て取れる。

２）東北地方太平洋沖地震型の評価への適用事例

日本海溝における超巨大地震（東北地方太平洋沖型）の発生時系列については、津波堆積物等の調査結果を使用した。

将来の地震発生確率については、仙台平野で調査された津波堆積物より推定された５回の地震（2011 年・1454 年または 1611 年・869 年・４～５世紀・紀元前４～３世紀）から評

価した。評価には「千島海溝で発生する超巨大地震（17 世紀型）」の時と同じ手法を用いた。ただし、地震発生間隔内の確率密度関数は不明であることより、幅の中で等しい確率を与える一様分布を仮定した。また、東北地方太平洋沖地震の一つ前の地震は、1611 年の慶長三陸地震か、1454 年の享徳地震のどちらか一方であるとし、どちらが発生するかは等確率（0.5）で与えた。

図 2.11 に求められた BPT 分布のパラメータ (μ, α) の頻度分布を示す。μ を 1 年毎、α を 0.01 毎の区間に分けて抽出された時系列の個数を数えた。平均発生間隔 μ の最頻値は 554 年、ばらつきの度合いを示す α の最頻値は 0.23 となった。ただし頻度の高いパラメータの値は、μ については 550～600 年とばらついている。α については 0.05 あたりと 0.2～0.3 にピークが二つに分かれている。これは東北地方太平洋沖地震の一つ前の地震として 1611 年の慶長三陸地震と 1454 年の享徳地震のどちらを採用したかによるものだと考えられる。

次にある時点までに超巨大地震が発生しなかったという条件で、その時点からの 30 年確率の時間変化を図 2.12 に示す。発生後 200 年ほどは確率がほぼ０％で推移するが、その後は中央値、信頼区間共に増加していくことがわかる。図 2.13 に抽出された時系列の発生間隔の頻度分布を示す。四つの大きなピークは最新活動地震を含め過去３回の地震から出てきているものである。これは過去３回の地震は歴史記録などから年代が決まっているため（最新は 2011 年、一つ前は 1611 年か 1454 年、二つ前は 869 年）、発生間隔を絞り込むことができ、頻度が大きくなっていることによる。図 2.13 から、95％の信頼区間で発生間隔は 380 年～810 年と評価できる。

３．ベイズ推定

（１）概要

ベイズ推定は、パラメータに関する事前の知識を、観測データに基づいて更新し、その結果を確率分布として表現する統計的推論の枠組みである（例えば、O'Hagan, 1994)。この更新プロセスは、中心的な役割を担うベイズの定理によって数学的に定式化される。データ $\boldsymbol{X}$ が得られた条件下でのパラメータ $\boldsymbol{\theta}$ の事後分布 $p(\boldsymbol{\theta}|\boldsymbol{X})$ は、尤度 $L(\boldsymbol{\theta}|\boldsymbol{X})$ と事前分布 $\pi(\boldsymbol{\theta})$ の積に比例する形で与えられる。

$$p(\boldsymbol{\theta}|\boldsymbol{X}) \propto L(\boldsymbol{\theta}|\boldsymbol{X})\pi(\boldsymbol{\theta}) \tag{3.1}$$

ここで、尤度関数 $L(\boldsymbol{\theta}|\boldsymbol{X})$ は、あるパラメータ $\boldsymbol{\theta}$ の値のもとで、観測データ $\boldsymbol{X}$ が得られる「もっともらしさ」を表し、データがパラメータについて持つ情報を定量化したものである。事前分布 $\pi(\boldsymbol{\theta})$ は、データを観測する前にパラメータ $\boldsymbol{\theta}$ に関して有する知識や信念を確率分布として表現したものであり、既存の研究成果などを反映した情報量の多い分布や、特定の事前知識を仮定しない無情報事前分布などがある。そして、これら二つを掛け合わせて得られる事後分布 $p(\boldsymbol{\theta}|\boldsymbol{X})$ は、事前知識が観測データによってどのように更新されたかを示しており、パラメータ $\boldsymbol{\theta}$ に関する我々の最終的な知識の状態を表現する。

地震発生確率の計算に適用する場合、まず地震の観測データと統計モデルから尤度関数 $L(\boldsymbol{\theta}|\boldsymbol{X})$ を評価し、問題設定に応じた事前分布 $\pi(\boldsymbol{\theta})$ を与えることで、パラメータの事後分布 $p(\boldsymbol{\theta}|\boldsymbol{X})$ が定まる。しかし、多くの場合この事後分布の関数形は複雑であり、解析的にその性質を調べることは困難である。そのため、実際にはマルコフ連鎖モンテカルロ法(MCMC 法)（例えば、Gelman et al., 2013）などの数値計算手法を用い、この事後分布に従うパラメータのサンプルを多数生成することで、その期待値や信用区間を推定するのが一般的である。

（２）BPT モデルへの適用

本節では、地震の発生間隔が BPT 分布に従うと仮定した場合（BPT モデル）に、ベイズ推定を適用する際の具体的な定式化について述べる。

<u>尤度関数と事後分布</u>

まず、n 回の連続した地震について、それぞれの発生時刻 $t_k(k = 1, 2, \dots, n)$ が得られている状況を考える。これらから、$(n-1)$ 個の地震発生間隔 $T_i = t_{i+1} - t_i\ (i = 1,2, \dots, n-1)$ が計算される。この発生間隔 T_i が、式(2.1)で定義した BPT 分布の確率密度関数 $f(t|\mu, \alpha)$ に従うと仮定する。このとき、パラメータ (μ, α) に対する尤度関数 $L(\mu, \alpha|\boldsymbol{T})$ は、発生間隔データ $\boldsymbol{T} = \left(T_1, T_2, \dots, T_{n-1}\right)^{\mathsf{T}}$ を用いて、各発生間隔の確率密度の積として以下のように表される。

$$L(\mu, \alpha|\boldsymbol{T}) = \prod_{i=1}^{n-1} f(T_i|\mu, \alpha) \tag{3.2}$$

式(3.1)のベイズの定理より、パラメータの事後分布 $p(\mu, \alpha|\boldsymbol{T})$ は、尤度関数と事前分布

$\pi(\mu,\alpha)$ の積に比例する。

$$p(\mu,\alpha|\boldsymbol{T}) \propto L(\mu,\alpha|\boldsymbol{T})\pi(\mu,\alpha) \tag{3.3}$$

<u>確率の数値評価</u>

得られたパラメータの事後分布 $p(\mu,\alpha|\boldsymbol{T})$ を用いて、次の地震の発生確率を評価することができる。ここでは、「最新の地震発生から s 年が経過した」という条件下で、その後の Δs 年間に地震が発生する確率 $P(s,\Delta s|\boldsymbol{T})$ を考える。その評価には、大きく分けて二つのアプローチがある（図 3.1）。

（i）事後予測分布による代表確率の評価

一つ目は、事後予測分布を用いる方法である。この方法では、まず個々の予測分布をパラメータの事後分布を用いて平均化し、単一の予測分布（事後予測分布）を導出する。次に、その事後予測分布から代表値としての発生確率を算出する、という二段階の手順を踏む。

次の地震までの発生間隔 T_n の事後予測分布 $p_{pp}(T_n|\boldsymbol{T})$ は、予測分布 $f(T_n|\mu,\alpha)$ を、パラメータの事後分布 $p(\mu,\alpha|\boldsymbol{T})$ で積分（周辺化）することにより、以下のように与えられる。

$$p_{pp}(T_n|\boldsymbol{T}) = \iint f(T_n|\mu,\alpha)p(\mu,\alpha|\boldsymbol{T})\,d\mu d\alpha \tag{3.4}$$

この事後予測分布を基に、「最新の地震発生から s 年が経過した」という条件下での条件付き確率 $P(s,\Delta s|\boldsymbol{T})$ を評価する。この計算は、事後予測分布を $T_n > s$ という条件で切断（truncate）し、その切断分布において、T_n が $s < T_n \leq s + \Delta s$ となる確率を求めることに等しい。事後予測分布の累積分布関数を $P_{pp}(t|\boldsymbol{T})$ とすると、条件付き確率 $P(s,\Delta s|\boldsymbol{T})$ は、次式で計算される。

$$P(s,\Delta s|\boldsymbol{T}) = \frac{P_{pp}(s+\Delta s|\boldsymbol{T}) - P_{pp}(s|\boldsymbol{T})}{1 - P_{pp}(s|\boldsymbol{T})} \tag{3.5}$$

このように得られた確率値 $P(s,\Delta s|\boldsymbol{T})$ は、パラメータ (μ,α) が持つ全ての不確かさを平均化した発生確率の期待値と解釈でき、確率水準の概要を把握する上で有用な指標となる。ただし、事後予測分布はあくまでもパラメータの事後分布による予測モデル $f(T_n|\mu,\alpha)$ の平均化であり、平均化したモデルにより評価した確率自体がどの程度ばらつくのかを直接評価することはできない。確率の不確かさまで含めて評価したい場合は、次に述べる（ii）のアプローチが推奨される。

（ii）個々の予測分布による発生確率分布の評価

二つ目は、発生確率そのものの分布をモンテカルロ法により直接的に求める方法である。この方法では、まずパラメータの事後分布から得られた個々のサンプルを用いて、それぞれに対応する予測分布から発生確率を計算する。そして、そのようにして得られた多数の確率値の集合がなす分布から、最終的な発生確率の期待値や信用区間を評価する。

事後分布から得られた個々のパラメータサンプル (μ_k, α_k) に対する条件付き確率 $P_k(s, \Delta s|\boldsymbol{T})$ は、次式で計算される。

$$P_k(s, \Delta s|\boldsymbol{T}) = \frac{F(s + \Delta s|\mu_k, \alpha_k) - F(s|\mu_k, \alpha_k)}{1 - F(s|\mu_k, \alpha_k)} \tag{3.6}$$

ここで、$F(t|\mu, \alpha)$ は BPT 分布 $f(t|\mu, \alpha)$ の累積分布関数である。この試行を多数繰り返すことによって得られた発生確率値のサンプル $\{P_1, \dots, P_N\}$ を統計的に処理し、その期待値や信用区間を計算することができる。

このようにして得られるのは、単一の代表値としての確率ではなく、発生確率そのものが従う事後分布である。このアプローチは、発生確率がどの程度ばらつくのかを信用区間として定量化できるという、非常に大きな利点を持つ。

<u>未発生期間情報の利用</u>

上記の定式化では、パラメータ (μ, α) を推定する際、最新の地震発生から評価時点までの「未発生期間」の情報は考慮されていない。利用可能な発生間隔データが限られる場合、この「まだ地震が起きていない」という情報（右側打ち切りデータ）を尤度関数に組み込むことで、パラメータ推定の精度を改善できることがある（例えば、地震調査委員会, 2001a）。

このアプローチは、式(3.2)で与えられた通常の尤度関数 $L(\mu, \alpha|\boldsymbol{T})$ に、「s 年間地震が発生しなかった」確率を乗じることで実現される。この未発生期間の情報を反映させた尤度関数 $L^*(\mu, \alpha|\boldsymbol{T}, s)$ は次式で表される。

$$L^*(\mu, \alpha|\boldsymbol{T}, s) = \{1 - F(s|\mu, \alpha)\}L(\mu, \alpha|\boldsymbol{T}) \tag{3.7}$$

この更新された尤度関数L^*を用いてベイズの定理を適用すれば、未発生期間の情報を反映したパラメータ推定が可能となる。

<u>事前分布の設定</u>

ベイズ推定を適用する上で最も重要なステップの一つが、パラメータ (μ, α) に対する事前分布 $\pi(\mu, \alpha)$ の設定である。事前分布は推定結果に大きな影響を与え得るため、その選択には慎重な検討を要する。

利用可能な事前情報が豊富にある場合には、それを積極的に反映した情報事前分布（informative prior）を用いることが考えられる。例えば、パラメータが取り得る値の範囲や形状について、指数分布、ワイブル分布、あるいはガンマ分布などを仮定することが可能な場合である。その分布の形状を規定する超母数（ハイパーパラメータ）は、周辺尤度の最大化といった客観的な基準を用いて決定するアプローチがある（例えば、Ogata, 2002; Nomura et al., 2011）。

一方、特定の事前知識を仮定せず、データから客観的に情報を引き出すことを目指す場合は、無情報事前分布（non-informative prior）が有力な選択肢となる。その代表例であるジェフリーズ事前分布（Jeffreys prior; Jeffreys, 1961）は、BPT 分布に対して、

$$\pi(\mu, \alpha) \propto \frac{1}{\mu\alpha^2} \tag{3.6}$$

という比較的単純な関数形で与えられることが知られている（例えば、Chaubey et al., 2021）。パラメータに関する特段の知見が得られていない状況では、このような客観的な手続きで導出される無情報事前分布の採用が推奨される。

４．すべり量依存 BPT モデル（SSD-BPT モデル）

（１）概要

平成 13 年報告書では、断層のずれ量（すべり量）に相当するデータが利用可能な場合、時間予測モデル（Shimazaki and Nakata, 1980）を用いて、最新の地震時のすべり量と長期的なすべり速度から次の地震までの期待経過時間を算出し、それを BPT モデルの平均発生間隔として設定する段階的なアプローチが採られてきた。

これに対し、近年の研究では、この断層のすべり量を BPT モデルの枠組みへより自然に統合した、すべり量依存 BPT モデル（Slip-Size-Dependent BPT モデル：SSD-BPT モデル）が提唱されている（Ogata, 2002）。このモデルの最大の利点は、確定的な時間予測モデルに対して、自然な形でランダムネスを導入できる点にある。

SSD-BPT モデルは、地震ごとのすべり量が一定であると仮定する従来の BPT モデルに対し、地震ごとにすべり量が変化し得るモデルである。そのため、次の地震までの発生間隔が直前の地震のすべり量に比例する時間予測モデルの性質と、擾乱によって確率的にばらつく BPT モデルの性質を併せ持つ（図 4.1）。

このモデルは、式(2.1)で定義した BPT 分布の確率密度関数 $f(t|\mu,\alpha)$ のパラメータ (μ,α) を、直前の地震のすべり量 u と新しいパラメータ (β,γ) を用いて、

$$\mu = \beta u \tag{4.1}$$

$$\alpha^2 = \frac{\beta}{u}\gamma^2 \tag{4.2}$$

と置き換えることで数学的に表現される。ここで、β は長期的な断層のすべり速度 V の逆数、γ は長期的な断層のすべりにかかる擾乱の大きさを規定するパラメータに相当する。したがって、このモデルでは、次の地震までの発生間隔が、直前の地震のすべり量 u に依存したBPT 分布 $f(t \mid \beta u, \sqrt{\beta/u}\,\gamma)$ に従う。

なお、u には、別の物理量を代理指標として用いることも可能である。たとえば、「南海トラフの地震の長期評価」（地震調査委員会, 2001b）では、すべり量に代わり、南海地震時における室津港の隆起量などが用いられている。また、u が単一の確定値ではなく、誤差や解釈の幅といった不確実性を持つ場合でも、その不確実性を確率分布として評価に組み込むことができる（Terada, 2025）。

（２）モデルパラメータの推定

<u>SSD-BPT モデルの尤度関数</u>

SSD-BPT モデルのパラメータ (β,γ) は、以下の尤度関数の評価を通して推定される。まず、前章の BPT モデルの場合と同様に、n 回の連続した地震について、発生時刻 $t_k (k = 1,2,\dots,n)$ に加えて、断層のすべり量 $u_k\ (k = 1,2,\dots,n)$ のデータが得られている状況を考える。このとき、パラメータ (β,γ) に対する尤度関数 $L(\beta,\gamma|\boldsymbol{T},\boldsymbol{U})$ は、発生間隔データ $\boldsymbol{T} = (T_1,T_2,\dots,T_{n-1})^{\mathsf{T}}$（ただし、$T_i = t_{i+1} - t_i$）と、対応するすべり量データ $\boldsymbol{U} = (u_1,u_2,\dots,u_{n-1})^{\mathsf{T}}$

を用いて、以下のように表される。

$$L(\beta,\gamma|\boldsymbol{T},\boldsymbol{U}) = \prod_{i=1}^{n-1} f\left(T_i \middle| \beta u_i, \sqrt{\frac{\beta}{u_i}}\gamma\right) \tag{4.3}$$

推定手法の選択：最尤法とベイズ推定

式(4.3)で定義された尤度関数を基にパラメータを推定するにあたり、主に最尤法とベイズ推定という二通りの推定手法が考えられる。

最尤法では、尤度関数 $L(\beta,\gamma|\boldsymbol{T},\boldsymbol{U})$ を最大化するパラメータの組を、数値計算などによって直接探索する。しかし、SSD-BPT モデルへの最尤法の適用には、いくつかの注意点が存在する。第一に、地震の発生時刻とすべり量の両方が揃ったデータは本質的に少数になりがちであり、少ないデータで複雑なモデルを推定すると、そのデータに過剰に適合し、汎用性の低い結果を導く可能性がある。第二に、すべり量の不確実性をモデルに組み込む場合には、少ないデータに対して、モデルの自由度の増加が原因で尤度関数が特定のパラメータ値で発散する場合があり、妥当な推定量が得られないことがある。

このような点を踏まえると、SSD-BPT モデルのパラメータをより安定して推定するためには、ベイズ推定の枠組みがより望ましい。

ベイズ推定の適用

ベイズ推定では、パラメータ (β,γ) の事後分布 $p(\beta,\gamma|\boldsymbol{T},\boldsymbol{U})$ を、ベイズの定理に基づき次式で求める。

$$p(\beta,\gamma|\boldsymbol{T},\boldsymbol{U}) \propto L(\beta,\gamma|\boldsymbol{T},\boldsymbol{U})\pi(\beta,\gamma) \tag{4.4}$$

ここで、$\pi(\beta,\gamma)$ はパラメータの事前分布である。また、すべり量データ $\boldsymbol{U}$ が不確実性を持つ場合、$\boldsymbol{U}$ 自体もモデル内で推定すべき副次的パラメータ（局外母数）と見なすことができる。このアプローチでは、$\boldsymbol{U}$ が取り得る値の情報を $\boldsymbol{U}$ の事前分布 $\pi(\boldsymbol{U})$ として与え、主要パラメータ (β,γ) と同時に事後分布を推定する（Terada, 2025）。このとき、全体の事後分布は以下のように表現される。

$$p(\beta,\gamma,\boldsymbol{U}|\boldsymbol{T}) \propto L(\beta,\gamma|\boldsymbol{T},\boldsymbol{U})\pi(\beta,\gamma)\pi(\boldsymbol{U}) \tag{4.5}$$

なお、未発生期間 s を考慮する場合には、前章で示した BPT モデルへの適用例と同様に、尤度関数 $L(\beta,\gamma|\boldsymbol{T},\boldsymbol{U})$ を以下の尤度関数 $L^*(\beta,\gamma|\boldsymbol{T},\boldsymbol{U},s,u_n)$ に置き換えることで対応できる。

$$L^*(\beta,\gamma|\boldsymbol{T},\boldsymbol{U},s,u_n) = \left\{1 - F\left(s \,\middle|\, \beta u_n, \sqrt{\frac{\beta}{u_n}}\gamma\right)\right\} \prod_{i=1}^{n-1} f\left(T_i \,\middle|\, \beta u_i, \sqrt{\frac{\beta}{u_i}}\gamma\right) \tag{4.6}$$

ここで、u_n は最新の地震のすべり量である。

このようにして事後分布が得られれば、前章で示した BPT モデルにおける確率の数値評価と同様の手順に従って、SSD-BPT モデルにおける地震発生確率を評価することが可能である。

事前分布設定の考え方

SSD-BPT モデルにおける事前分布の設定例として、過去の研究における方針を二例挙げる。

第一に、Ogata（2002）は、SSD-BPT モデルのそれぞれのパラメータの事前分布として指数分布を考え、その形状を規定するハイパーパラメータについては周辺尤度の最大化という基準で客観的に定めている。

第二に、「南海トラフの地震活動の長期評価（第二版一部改訂）」（地震調査委員会，2025）では、異なるアプローチが採られている。そこでは、β の事前分布は室津港周辺の沈降速度に関する観測的知見等から設定される一方、γ の事前分布は、すべり量に関して積分（周辺化）した後の発生間隔に対する周辺分布の実質的な変動係数 α が、陸域活断層の研究などから得られる知見（例えば、0.2～0.4 の範囲）と整合的になるよう設定されている。

このように、事前分布の設定には複数のアプローチが存在する。本手法の適用にあたっては、対象とする地震系列の物理的考察や利用可能なデータ、既存の知見などを基に、個別の評価において解析者自身が適切に判断する必要がある。

５．今後に向けて

本追補では、評価手法における近年の三つの主要な発展、すなわち不確実性を考慮できる計算手法である「モンテカルロ法」の利用、それによって実用化された統計的推論の枠組みである「ベイズ推定」による確率評価、そしてその適用対象となる新たな物理モデルである「すべり量依存 BPT モデル（SSD-BPT モデル）」について解説してきた。これらは、平成 13 年（2001 年）に公表された「長期的な地震発生確率の評価手法について」の基本的な枠組みを、最新の知見に基づき高度化したものである。

しかしながら、本追補で解説したこれらの高度な手法にも、現時点での限界や課題が存在する。例えば、本稿で示した手法は、連続した時系列データが得られていることを前提としている。しかし、活断層の評価では堆積層の欠落などによってデータに空白期間が存在する場合が一般的である（地震調査委員会，2010）。こうした情報の欠損区間を尤度関数にどう反映させるかといった、より現実に即した評価手法への拡張は、今後の重要な検討課題である。

また、基礎となる平成 13 年報告書の刊行から四半世紀近くが経過し、その間に地震学、統計科学、計算技術は著しい進歩を遂げた。この進歩には、地震調査研究推進本部が推進してきた調査研究の成果も大きく貢献している。こうした状況を鑑みると、本追補で示したような個別手法の改良に留まらず、将来的には、評価手法の枠組み全体についても継続的な改善を重ねていくことが重要である。

引用文献

Chaubey, Y. P., M. Singh, D. Sen (2021): Bayesian Inference for Inverse Gaussian Data with Emphasis on the Coefficient of Variation, Springer Proceedings in Mathematics & Statistics, **375**, 79-96.

Gelman, A., Carlin, J. B., Stern, H. S., Dunson, D. B., Vehtari, A., and Rubin, D. B. (2013): Bayesian Data Analysis, Third Edition. Chapman and Hall/CRC.

Jeffreys, H. (1961): Theory of Probability. 3rd Edition, Clarendon Press, Oxford, 470pp.

地震調査委員会（2001a）：長期的な地震発生確率の評価手法について，46pp.

地震調査委員会（2001b）：南海トラフの地震の長期評価，51pp.

地震調査委員会（2010）：活断層の長期評価手法（暫定版），117pp.

地震調査委員会（2013）：九州地域の活断層の長期評価（第一版），81pp.

地震調査委員会（2014）：相模トラフ沿いの地震活動の長期評価（第二版），81pp.

地震調査委員会（2017）：千島海溝沿いの地震活動の長期評価（第三版），130pp.

地震調査委員会（2019）：日本海溝沿いの地震活動の長期評価，144pp.

地震調査委員会（2025）：南海トラフの地震活動の長期評価（第二版一部改訂），119pp.

Nanayama, F., R. Furukawa, K. Shigeno, A. Makino, Y. Soeda and Y. Igarashi (2007): Nine unusually large tsunami deposits from the past 4000 years at Kiritappu marsh along the southern Kuril Trench, Sedimentary Geology, **200(3)**, 275-294.

Nomura, S., Y. Ogata, F. Komaki, and S. Toda (2011): Bayesian forecasting of recurrent earthquakes and predictive performance for a small sample size, J. Geophys. Res., **116**, B04315.

Ogata, Y. (2002): Slip-size-dependent renewal processes and Bayesian inferences for uncertainties, J. Geophys. Res., **107**, 2268.

O'Hagan (1994): A., Kendall's Advanced Theory of Statistics, vol. 2B, Bayesian Inference, 332 pp., Arnold, London.

Parsons, T. (2008): Monte Carlo method for determining earthquake recurrence parameters from short paleoseismic catalogs: Example calculations for California, J. Geophys. Res., **113**, doi:10.1029/2007JB004998.

Ramsey, B. C. (2001): Development of the radiocarbon program OxCal, Radiocarbon, **43(2A)**, 355-363.

Sawai, Y., T. Kamataki, M. Shishikura, H. Nasu, Y. Okamura, K. Satake, K. H. Thomson, D. Matsumoto, Y. Fujii, J. Komatsubara and T. T. Aung (2009): Aperiodic recurrence of geologically recorded tsunamis during the past 5500 years in eastern Hokkaido, Japan, J. Geophys. Res., **114**, B01319, doi:10.1029/2007JB005503.

宍倉正展(1999):房総半島南部保田低地の完新世海岸段丘と地震性地殻変動,第四紀研究,38, 17-28.

宍倉正展・原口強・宮内崇裕 (2001):房総半島南西部岩井低地の離水海岸地形からみた大正型関東地震の発生年代と再来間隔, 地震第２輯, 53, 357-372.

宍倉正展・鎌滝孝信・高田圭太・鈴木敬一・岡村行信 (2005):房総半島南西部における離水浜堤列の調査―大正型関東地震の発生年代の推定―, 活断層・古地震研究報告, 産業技術総合研究所地質調査総合センター, 5, 51-68.

Shimazaki, K. and T. Nakata (1980): Time-predictable recurrence model for large earthquakes, Geophys. Res. Lett., 7, 279-282.

Stein R. S., S. Toda, T. Parsons and E. Grunewald (2006): A new probabilistic seismic hazard assessment for greater Tokyo, Phil. Trans. R. Soc. A 364, 1965-1988, doi:10.1098/rsta.2006.1808.

Terada, Y. (2025): Slip-size-dependent Brownian passage time model with slip-size uncertainties, Japan Geoscience Union (JpGU) Meeting 2025, Abstract STT43-01.

表 2.1　相模トラフ沿いで発生する M8 クラスの地震の確率評価に用いた地震の発生推定時間

番号	推定期間 (cal y B.P.)	中央値 (cal y B.P.)
1	2500 - 2400	2450
2	2750 - 2700	2725
3	3050 - 2850	2950
4	3300 - 3100	3200
5	3800 - 3600	3700
6	4250 - 3950	4100
7	4800 - 4250	4525
8	5000 - 4800	4900
9	5400 - 5300	5350

※ cal y B.P. は 1950 年を基準とした放射性炭素年代（例えば、100 cal y B.P.は 1850 年）

表 2.2（千島海溝の長期評価、表７）

超巨大地震（17 世紀型）の発生確率評価に用いた藻散布沼と霧多布湿原の津波堆積物の堆積時期（Sawai et al., 2009 に基づく）

藻散布沼

砂層の名前	推定堆積期間(±１σ) (cal y B.P.)	推定堆積期間(±２σ) (cal y B.P.)
MP2	670 - 280	700 - 280
MP3	1400 - 750	1450 - 700
MP4	1495 - 1430	1520 - 1400
MP5	1930 - 1600	1980 - 1530
MP6	2450 - 2270	2560 - 2220
MP7	2600 - 2360	2680 - 2290
MP8	2720 - 2500	2740 - 2390

霧多布湿原

砂層の名前	推定堆積期間(±１σ) (cal y B.P.)	推定堆積期間(±２σ) (cal y B.P.)
K4	1340 - 1220	1390 - 1170
K5	1720 - 1420	1780 - 1370
K6	2370 - 2090	2550 - 2000
K7	2570 - 2260	2700 - 2100
K8	2820 - 2670	2870 - 2570

※ cal y B.P. は 1950 年を基準とした放射性炭素年代

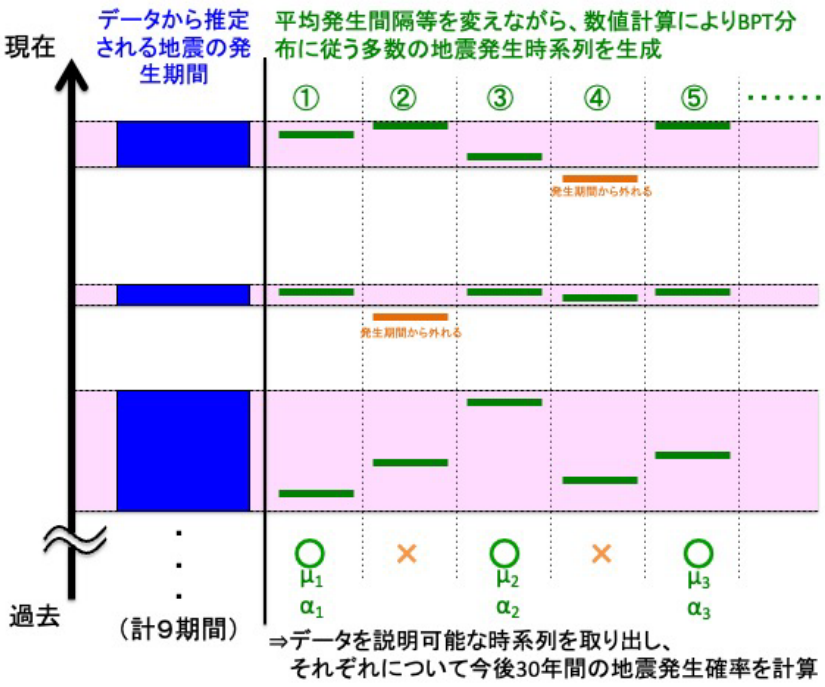

図 2.1　パラメータをサンプリングする手法の模式図

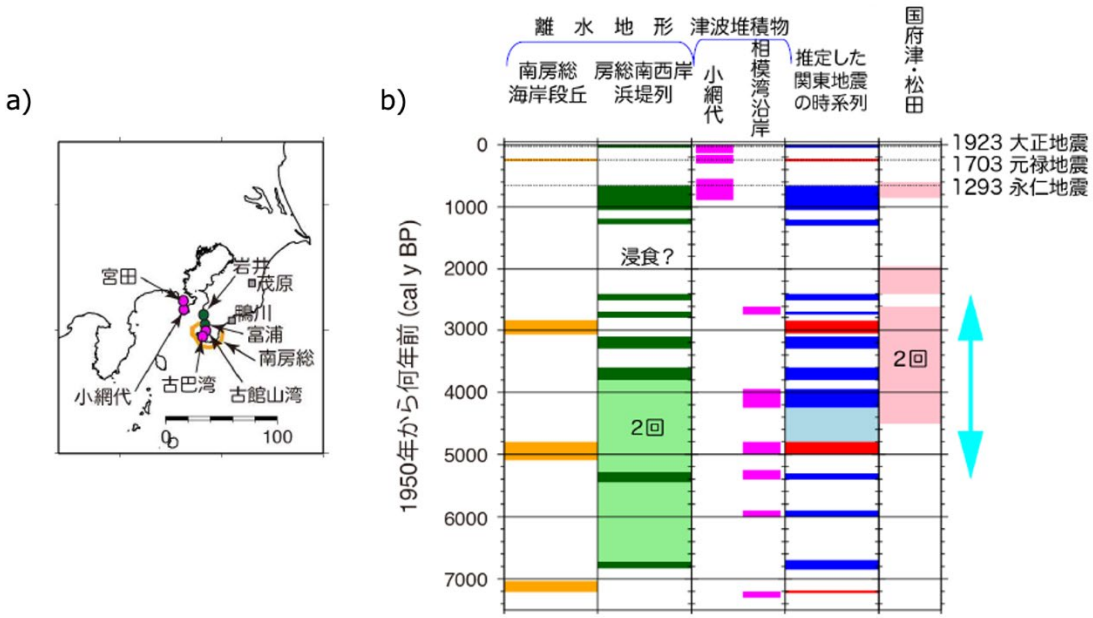

図 2.2（相模トラフの長期評価、図 6 に加筆）

a）離水地形や津波堆積物など過去地震の痕跡の発見場所

緑：浜堤列、紫：津波堆積物、橙：海岸段丘

b）離水地形、津波堆積物等による相模トラフで発生した過去の地震の発生履歴

・歴史地震を点線で示す

・左から順に南房総の海岸段丘（沼面）、房総半島南西岸の浜堤列、津波堆積物、地形・地質データより推定した関東地震の時系列、国府津－松田断層の活動履歴を表す

・薄緑と薄青は年代が決定できない地震を表す

・水色矢印は平均発生間隔を推定した期間を示す

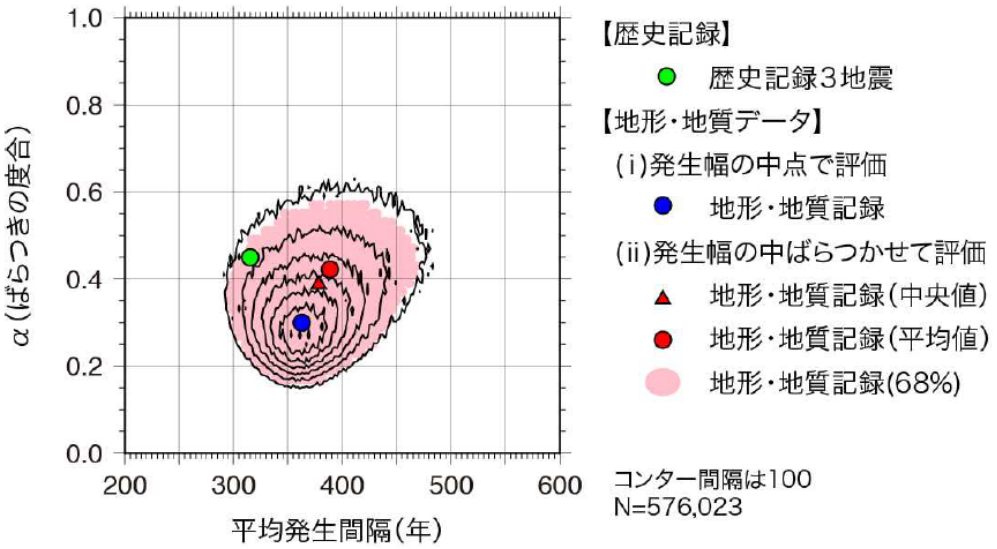

図 2.3（相模トラフの長期評価、図 4-4）

地形・地質データから推定された、相模トラフ沿いの地震の平均発生間隔（年）とばらつきの指標（α）。ピンクの部分はモンテカルロ法により信用区間 68%で推定したパラメータの範囲。参考として、歴史記録（３地震）データより求めた値も示す。

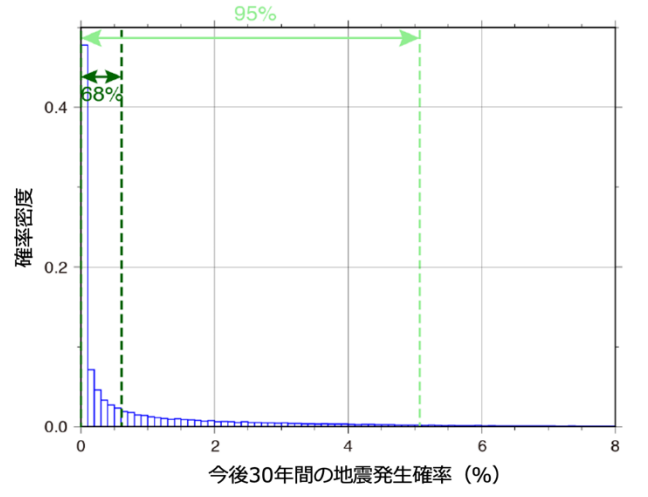

図 2.4（相模トラフの長期評価、図 4-5 に加筆）
地形・地質データより求めた、相模トラフ沿いの地震の 30 年確率の分布（2014 年 1 月 1 日時点）。確率値の 68%及び 95%の信用区間を濃緑の破線及び薄緑の破線で示す。

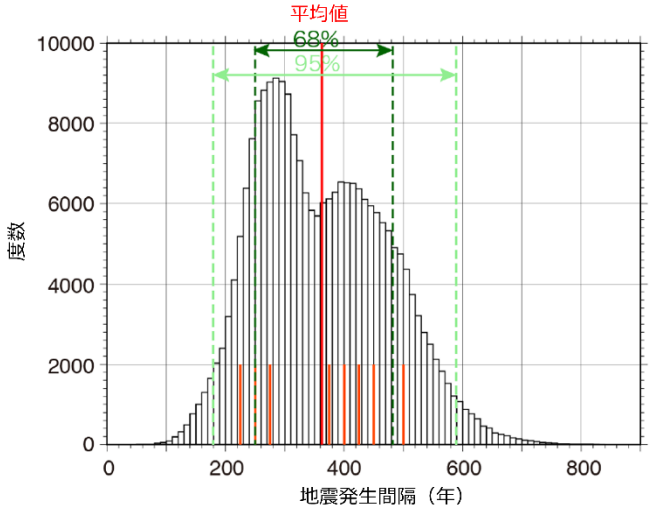

図 2.5（相模トラフの長期評価、図 4-6 に加筆）
地形・地質データより推定した相模トラフ沿いの地震の発生間隔のヒストグラム。平均値を赤の太線、発生幅の中点で評価した場合の発生間隔を短い橙太線、発生間隔の 68%及び 95%の信用区間を濃緑の破線及び薄緑の破線で示す。

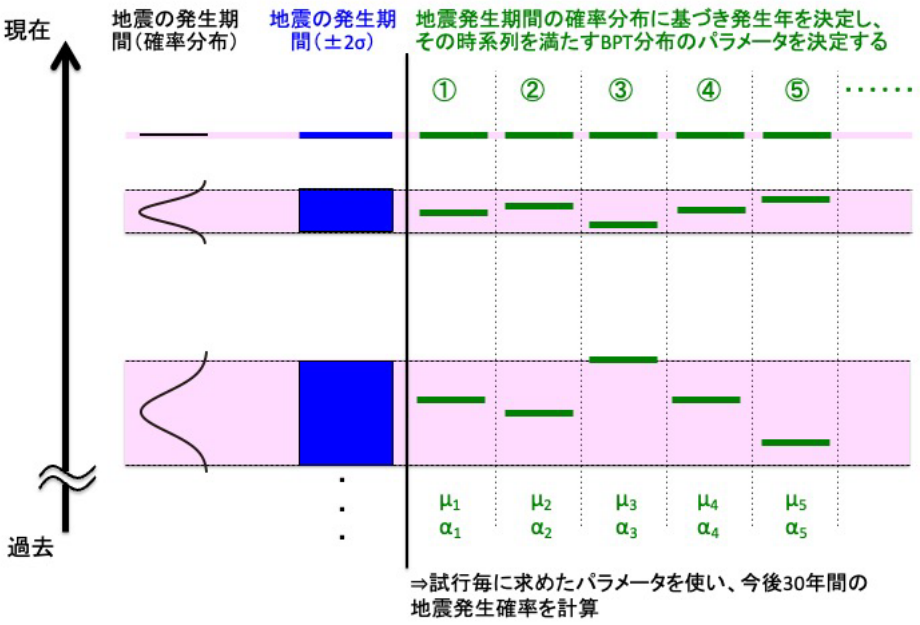

図 2.6　発生履歴をサンプリングする手法の模式図。

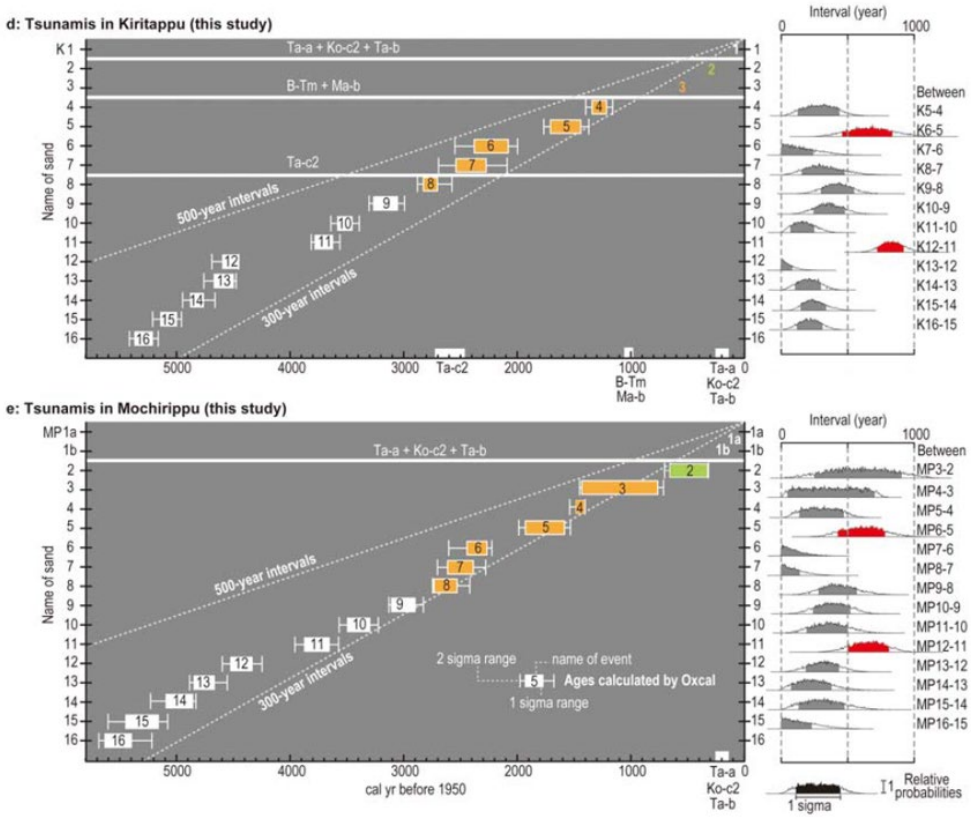

図 2.7（千島海溝の長期評価、図 3-21）

北海道霧多布湿原及び藻散布沼における津波堆積物の年代から推定された津波履歴（Sawai et al., 2009）

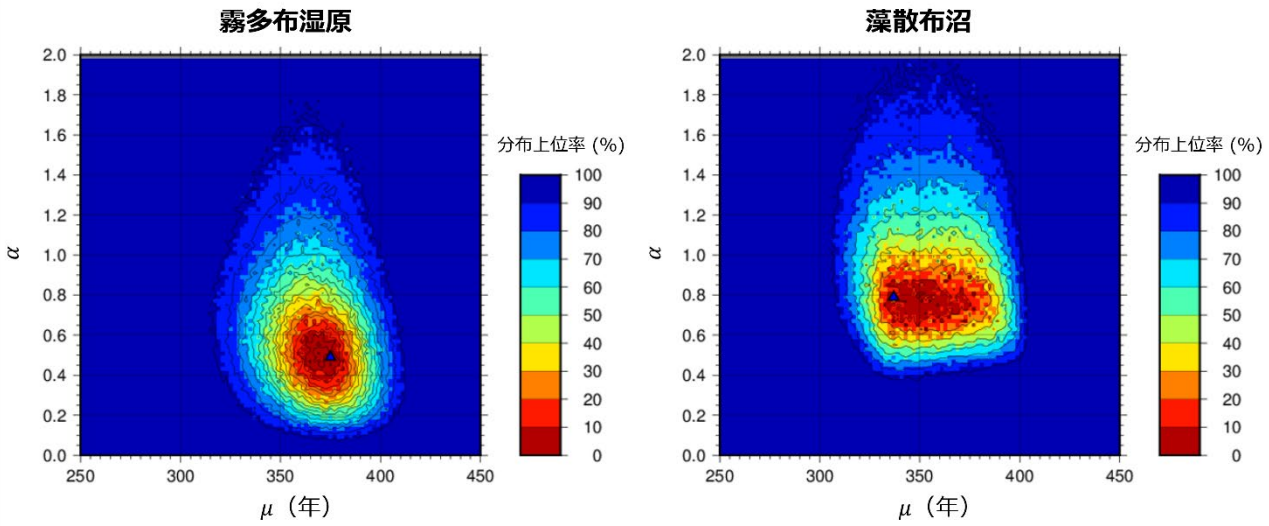

図 2.8（千島海溝の長期評価、図 4-18 に加筆）

津波堆積物の堆積年代からモンテカルロシミュレーションにより求めた BPT 分布のパラメータ（平均発生間隔 μ とばらつきの度合 α）の頻度分布。左が霧多布湿原、右が藻散布沼のデータから求めた分布を表す。最頻値を青の三角で示す。カラースケールの値は最頻値から並べたとき、各々の区間が上位何パーセント以内に入るかを示す。

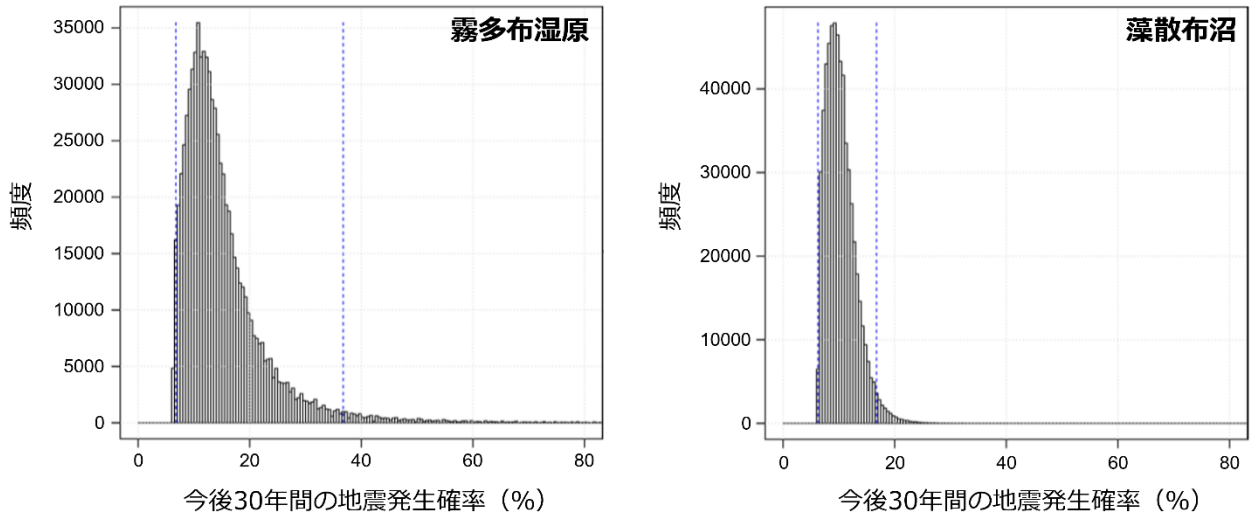

図 2.9（千島海溝の長期評価、図 4-20 に加筆）

2017 年 1 月 1 日からの 30 年間に超巨大地震（17 世紀型）が発生する確率の分布。横軸が 30 年の発生確率、縦軸がその頻度を示す。95%の信頼区間を青の点線で示す。左が霧多布湿原、右が藻散布沼のデータから求めた分布を表す。

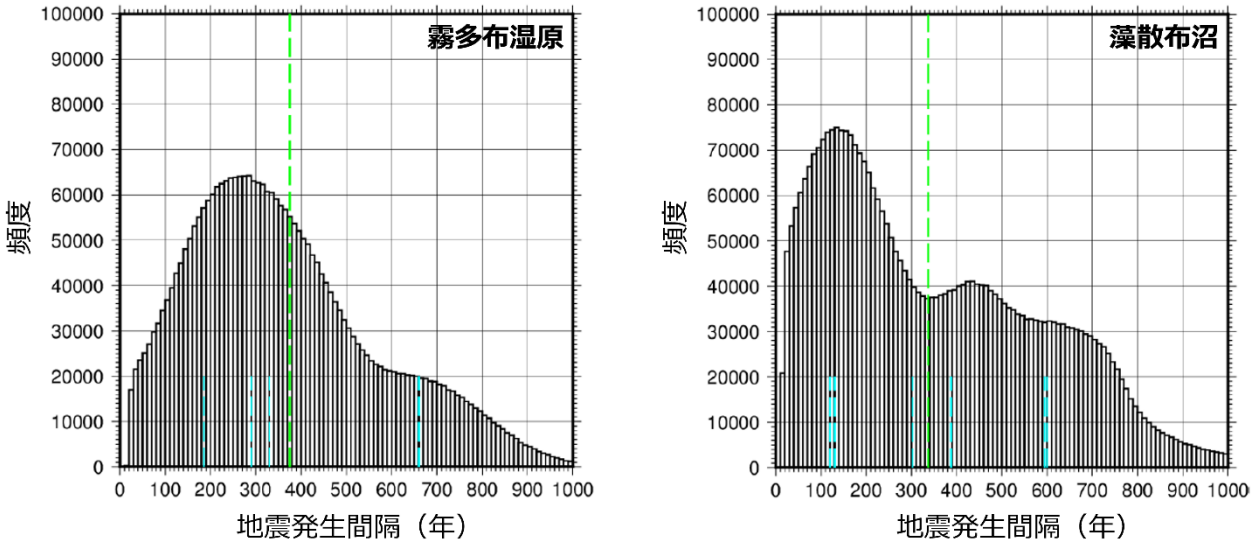

図 2.10（千島海溝の長期評価、図 4-19 に加筆）

モンテカルロシミュレーションにより求められた時系列に基づく発生間隔の頻度分布。左が霧多布湿原、右が藻散布沼のデータから求めた分布を表す。縦に入っている緑の破線が図 2.8 で描かれている最頻値の値、水色の破線はイベントが±１σ の中央で発生したと仮定したときの地震発生間隔の値を示す。

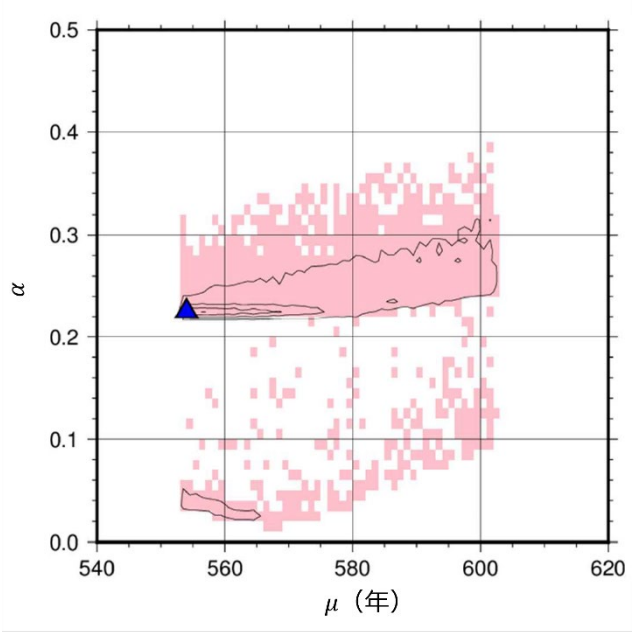

図 2.11（日本海溝の長期評価、図４－10 に加筆）

歴史・地質データから推定された、平均発生間隔（μ）とばらつきの指標（α）

モンテカルロシミュレーションにより 10 万個の地震時系列を作成し、それぞれの時系列に対応する (μ,α) を推定した。μ は 1 年毎、α は 0.01 毎の区間に分けて集計している。最頻値は、$\mu =$ 554 年、$\alpha =$ 0.23 であり（図中の▲）、この条件に適合する地震時系列の数は約 450 個であった。等値線は、適合する地震時系列の数を 100 個毎に描画している。ピンク色の領域はモンテカルロ法により信頼区間 68%で推定されたパラメータの範囲を表す。

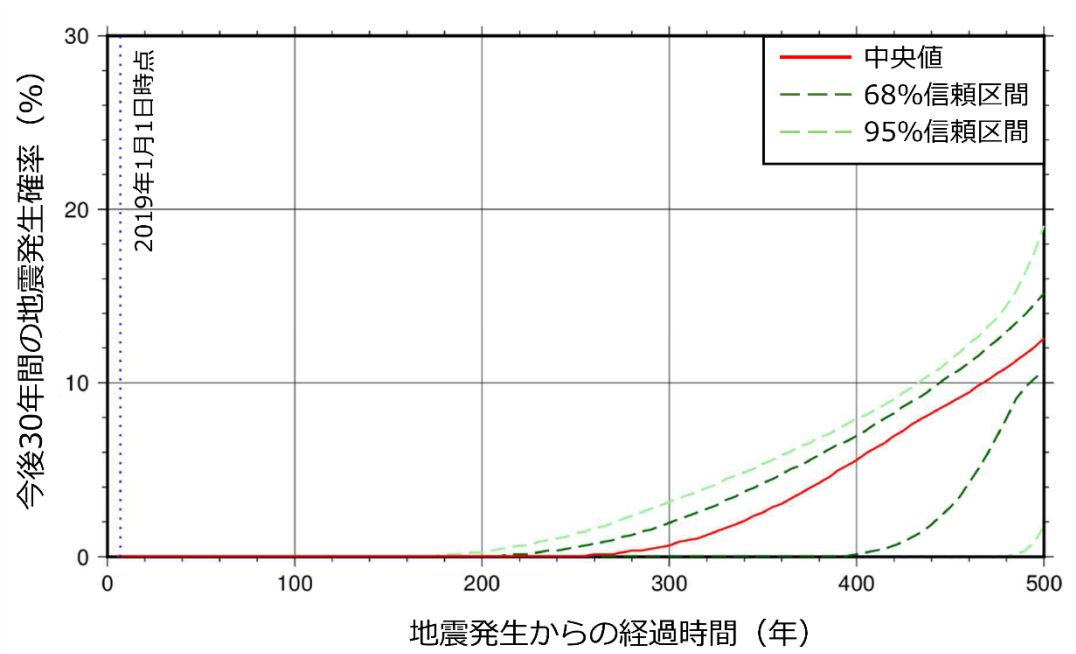

図 2.12（日本海溝の長期評価、図４－11 に加筆）

今後 30 年間に超巨大地震（東北地方太平洋沖型）が発生する確率の時間変化

赤の実線は確率の中央値を示し、濃緑の破線及び薄緑の破線は、それぞれ確率値の 68%及び 95%の信頼区間を表す。縦の点線は 2019 年１月１日時点を示す。

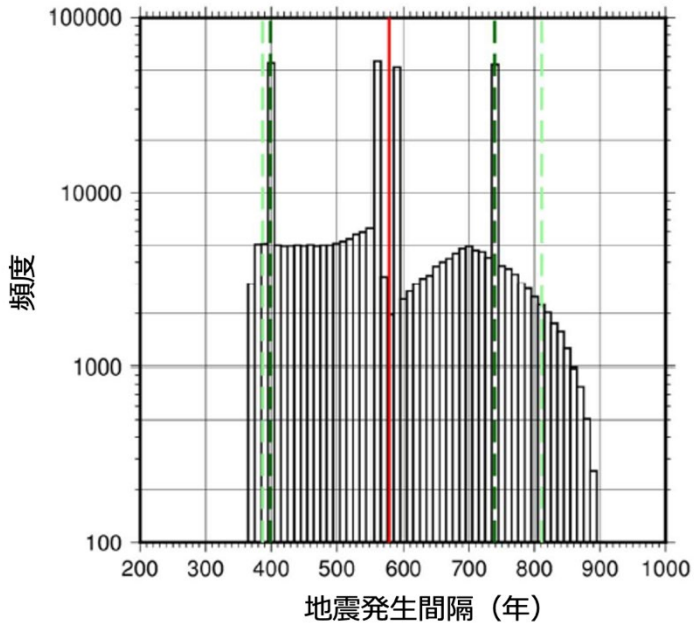

図 2.13（日本海溝の長期評価、図４－12 に加筆）

歴史・地質データより推定した発生間隔の頻度分布図

モンテカルロシミュレーションにより作成された 10 万個の地震時系列を用い、各時系列に含まれる４つの発生間隔から、計 40 万個のデータを収集した。赤の実線は発生間隔の中央値を示し、濃緑の破線及び薄緑の破線は、それぞれ発生間隔の 68%及び 95%の信頼区間を表している。

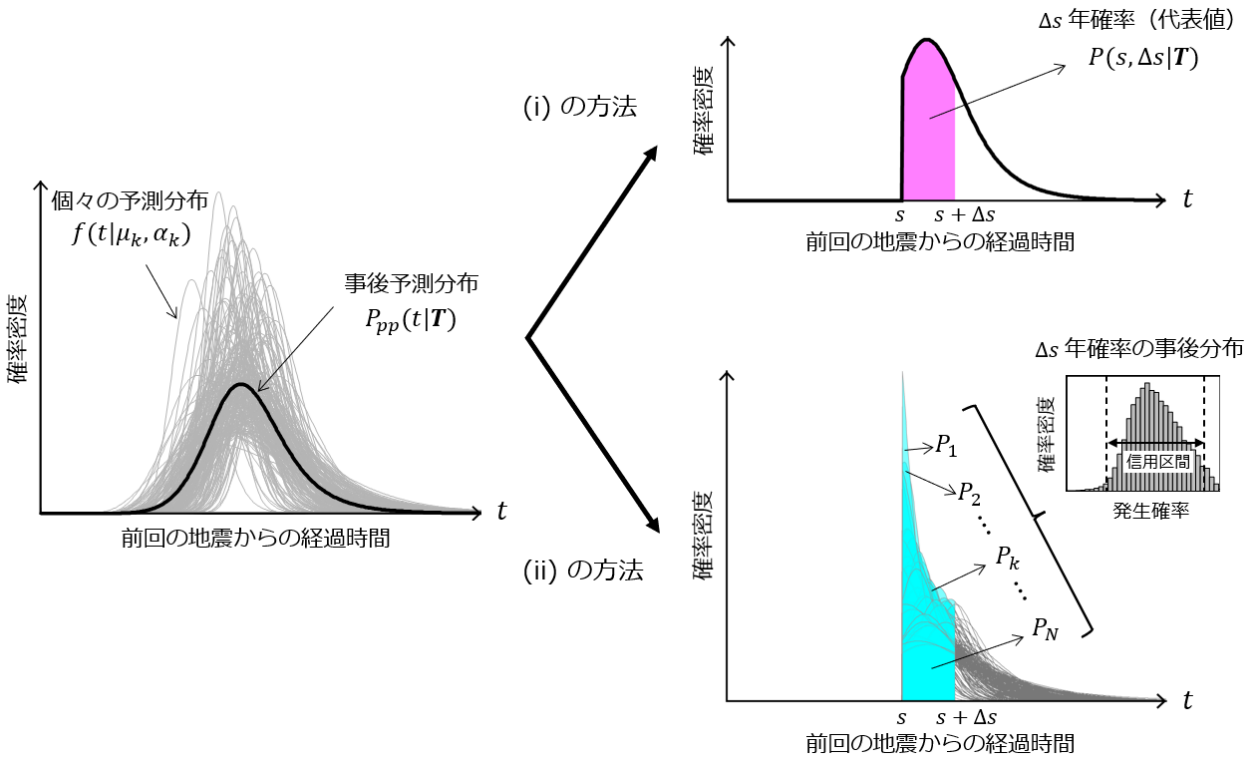

図 3.1　ベイズ推定による発生確率評価の模式図

左図は、ベイズ推定で得られたパラメータの事後分布を反映した予測分布を示す。多数のパラメータサンプルから得られる個々の予測分布（灰色の線）と、それらすべてを平均化した単一の事後予測分布（黒色の太線）が描かれている。右図は、前回の地震から s 年が経過した条件下での「今後 Δs 年間に地震が発生する確率」（着色領域の面積に対応）を評価する二つのアプローチを模式的に示す。上図は(i)事後予測分布から単一の代表確率を得る過程、下図は(ii)個々の予測分布から確率の事後分布を得る過程をそれぞれ示している。

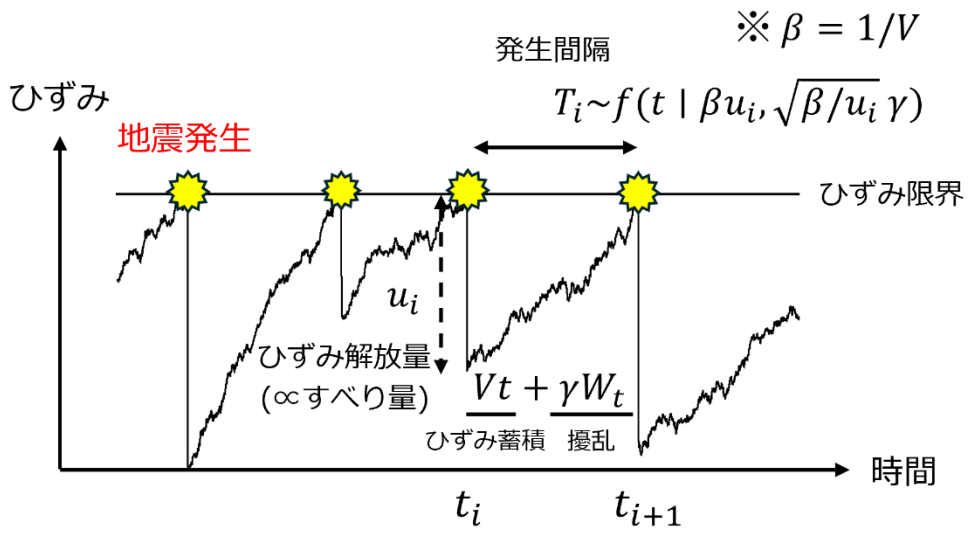

図 4.1　すべり量依存 BPT モデルの概念図